電験どうでしょう管理人
KWG presents

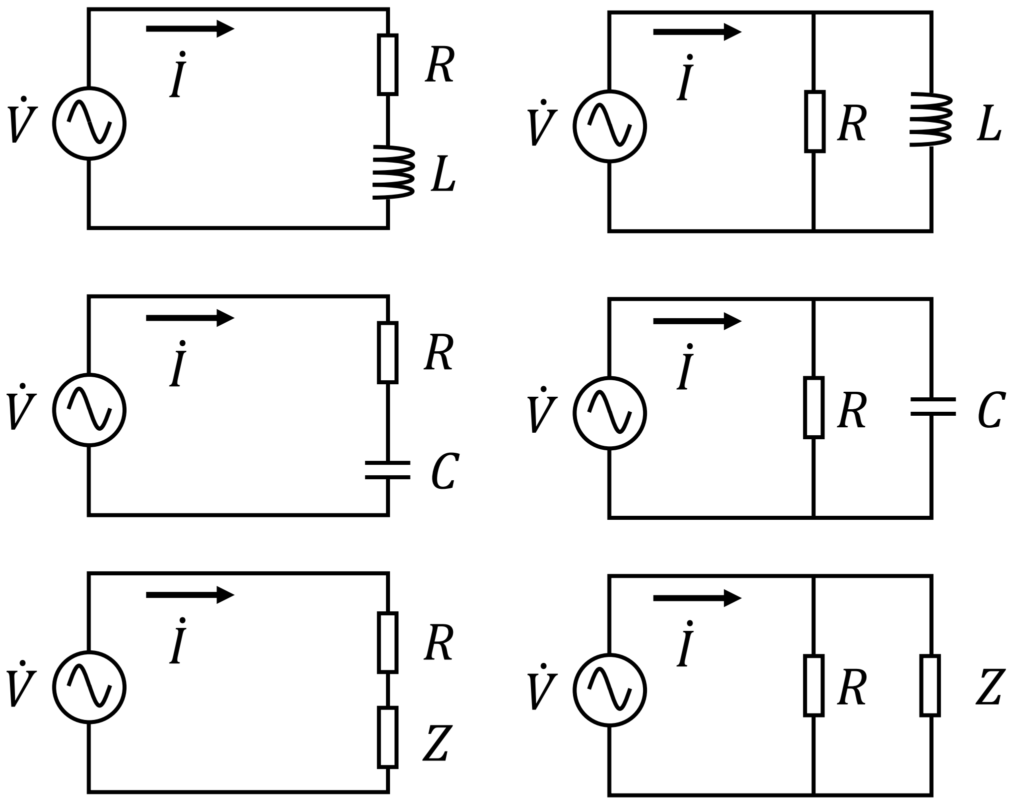
電験オンライン塾

第4回　交流回路

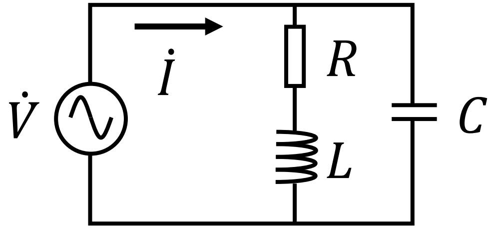
~複素数で解く交流回路（２）~

2021.11.13 Sat

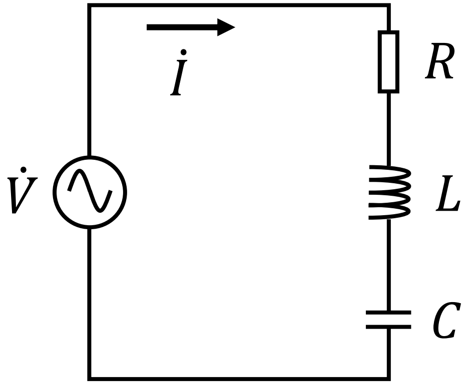
電験三種で出題される交流回路

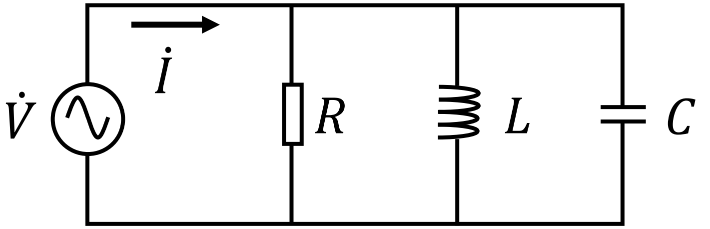


素子が2種類
→ベクトルで解く



Cによる力率改善
→複素数で解く



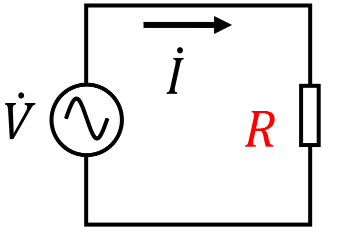


RLC直列/並列
→共振条件で解く

各素子の電圧と電流の関係

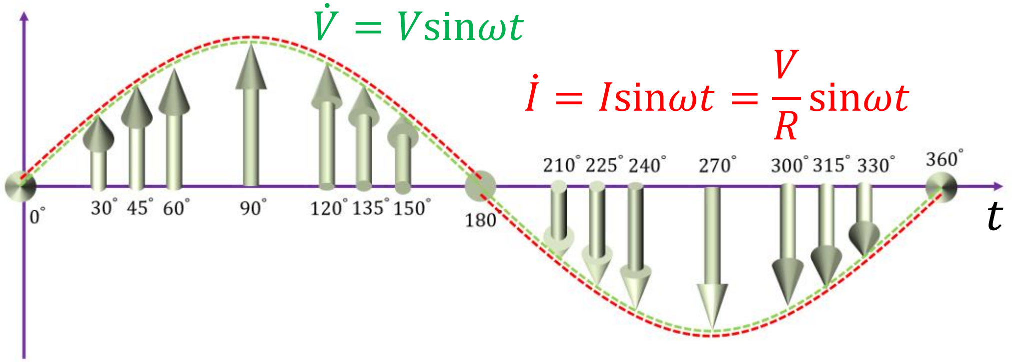
抵抗R

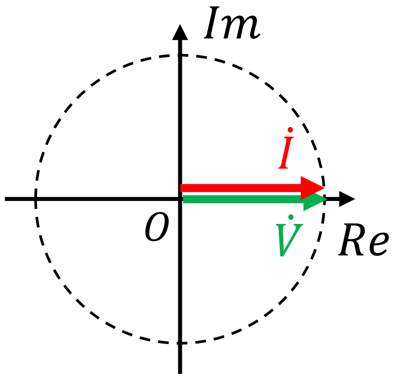
電圧と電流は同相



$\dot{V} = V\sin\omega t$

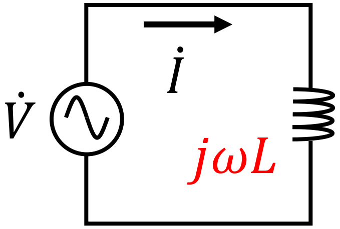
$\dot{I} = I\sin\omega t = \frac{V}{R}\sin\omega t$





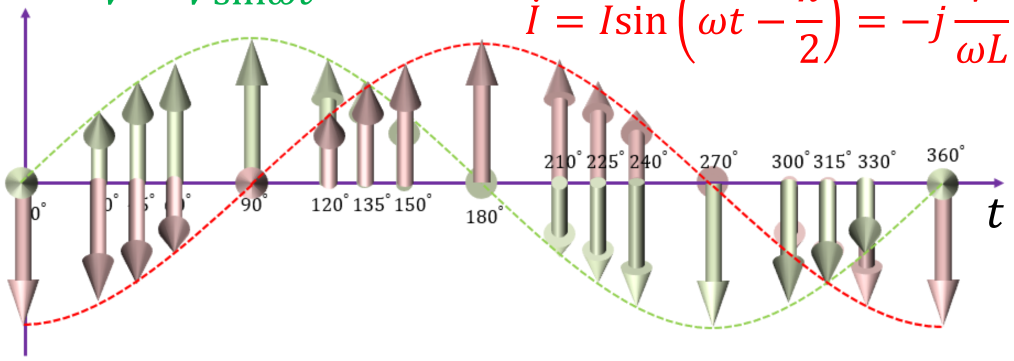
コイルL（誘導性リアクトル）

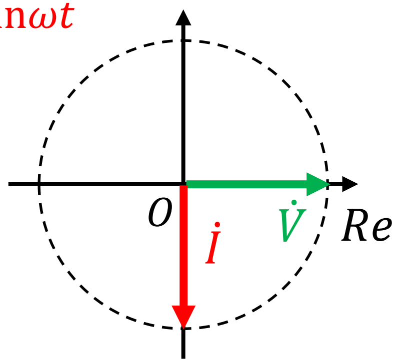
電圧は電流より進む
電流は電圧より遅れる



$\dot{V} = V\sin\omega t$

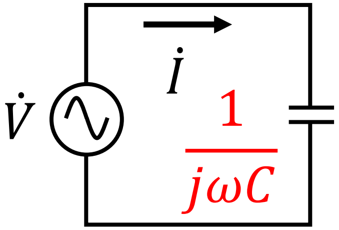
$\dot{I} = I\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = -j\frac{V}{\omega L}\sin\omega t$





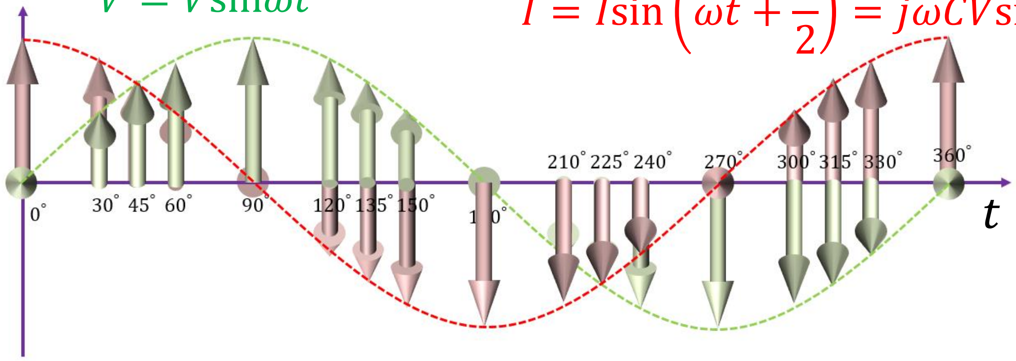
コンデンサC（容量性リアクトル）

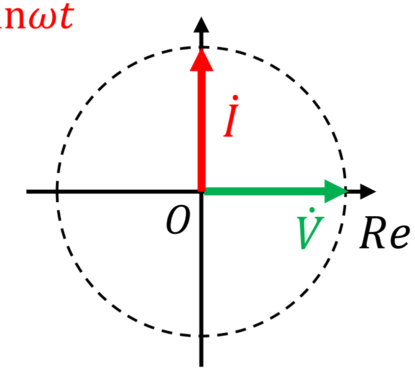
電圧は電流より遅れる
電流は電圧より進む



$\dot{V} = V\sin\omega t$

$\dot{I} = I\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = j\omega CV\sin\omega t$





H26 問16(改)

図１のように，電源電圧100 V，周波数50 Hzの交流電源に， 1Ωの抵抗と誘導性リアクタンス4/3 Ωのコイルとの並列回路からなる負荷が接続されている。また，スイッチSを介して，コンデンサCを接続することができるものとする。次の(a)及び(b)の問に答えよ。

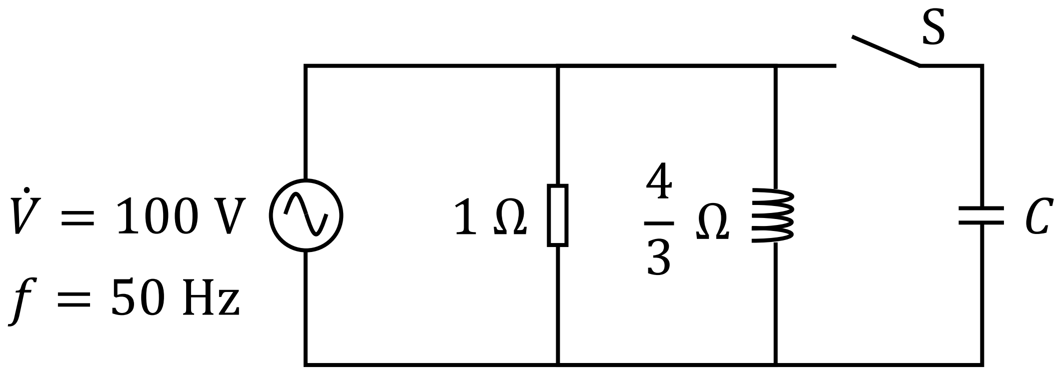


図１

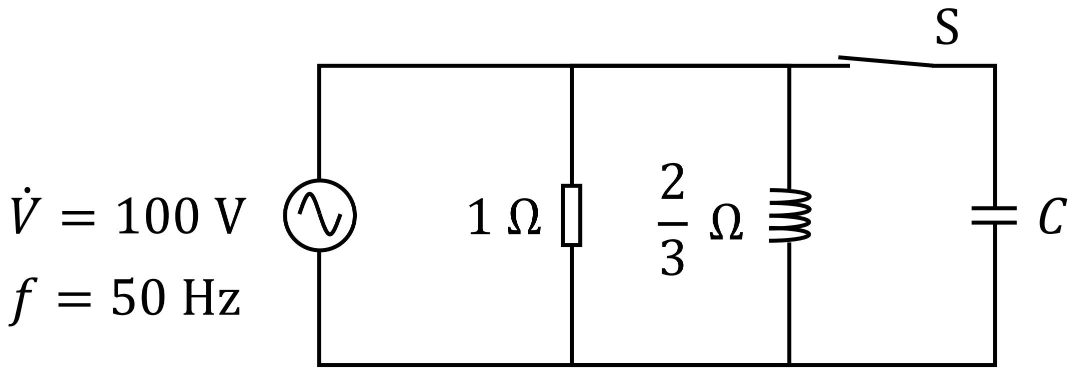


図２

(a)スイッチSを開いた状態において，負荷の有効電力の値と無効電力の値をそれぞれ求めよ。

(b)図２のように負荷のコイルの誘導性リアクタンスを2/3 Ωに置き換え，スイッチSを閉じてコンデンサCを接続する。このとき，電源からみた有効電力と無効電力が図１の場合と同じとなったとする。コンデンサCの静電容量の値を求めよ。

導出のポイント

(a)スイッチSを開いた状態において，負荷の有効電力の値と無効電力の値をそれぞれ求めよ。

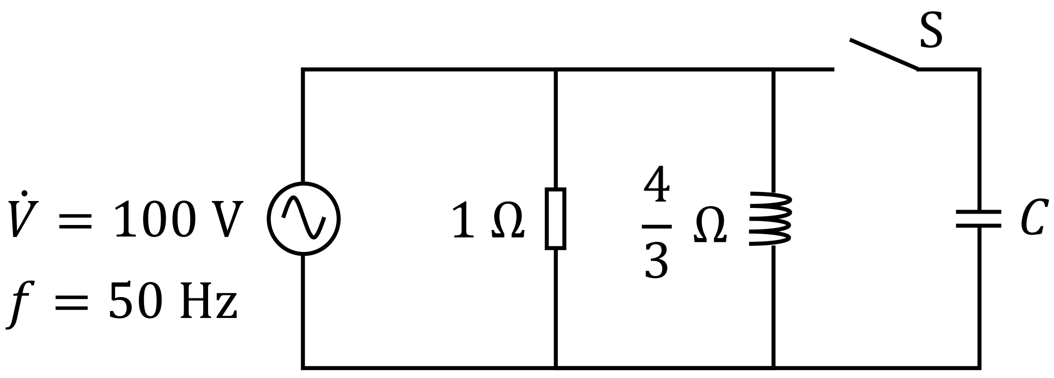


図 1

有効電力とは抵抗で発生する電力

従って抵抗に流れる電流、または抵抗で発生する電圧から求められる

$$P = RI_R^2 = \frac{V_R^2}{R}$$

無効電力はコイルまたはコンデンサで発生する電力

従って素子に流れる電流、または素子で発生する電圧から求められる

$$Q = XI_X^2 = \frac{V_X^2}{X}$$

回路が並列回路であることから、抵抗と誘導性リアクタンスにはそれぞれ電源電圧Vが印加されるので、

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{100^2}{1} = 10000 \text{ W}$$

$$Q = \frac{V^2}{X} = \frac{100^2}{4/3} = 7500 \text{ var}$$

導出のポイント

(b)図２のように負荷のコイルの誘導性リアクタンスを2/3 Ω に置き換え，スイッチSを閉じてコンデンサCを接続する。このとき，電源からみた有効電力と無効電力が図１の場合と同じとなったとする。コンデンサCの静電容量の値を求めよ。

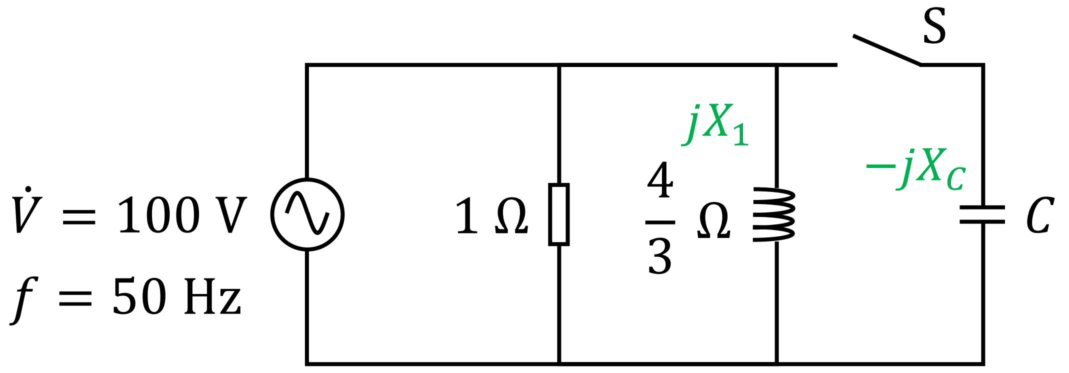


図１

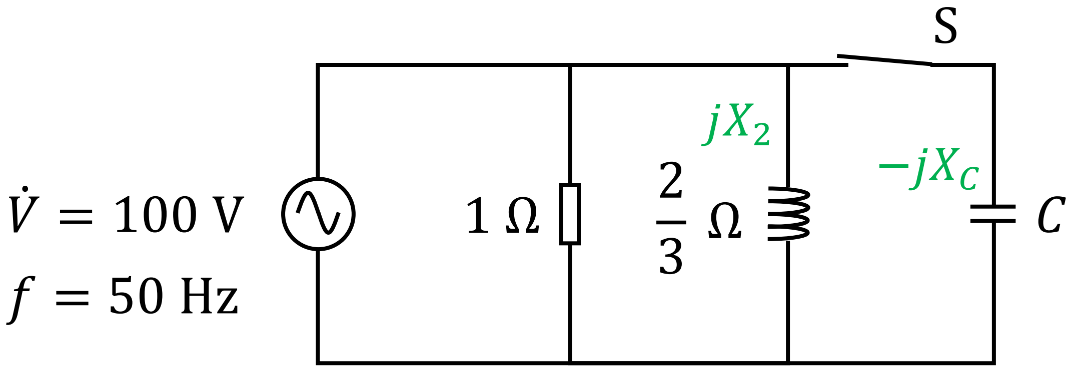


図２

$$j\omega L = jX, \qquad \frac{1}{j\omega C} = -j\frac{1}{\omega C} = -jX$$

$X > 0$：**誘導性リアクタンス**

$X < 0$：**容量性リアクタンス**

図１の無効電力Q_1を、図2の無効電力Q_2をとすると、

$$Q_1 = \frac{V^2}{X_1}$$

$$Q_2 = \frac{V^2}{X_2} - \frac{V^2}{X_C} = \left(\frac{1}{X_2} - \frac{1}{X_C}\right)V^2$$

Sの開閉により、有効電力は変化しない。
ここで$Q_1 = Q_2$とすると、

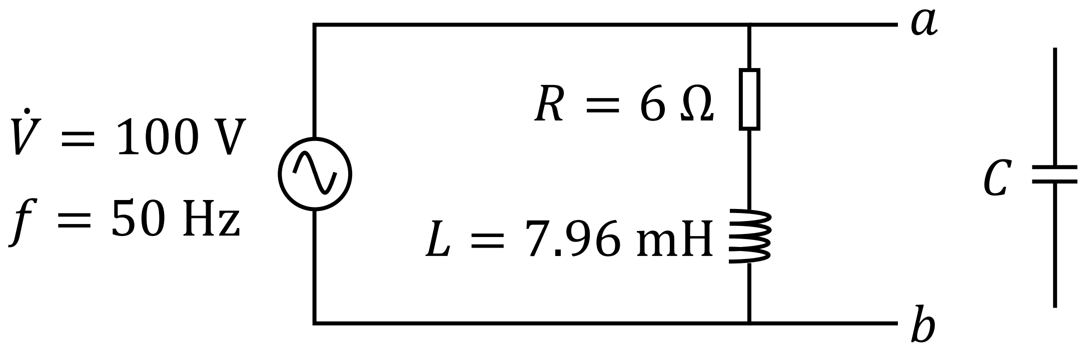
$$\frac{V^2}{X_1} = \left(\frac{1}{X_2} - \frac{1}{X_C}\right)V^2 \rightarrow \frac{1}{X_1} = \frac{1}{X_2} - \frac{1}{X_C}$$

$$\frac{1}{4/3} = \frac{1}{2/3} - \frac{1}{X_C} \rightarrow \frac{3}{4} = \frac{3}{2} - \frac{1}{X_C} \rightarrow \frac{1}{X_C} = \frac{3}{2} - \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$$

$$X_C = \frac{4}{3} \rightarrow \frac{1}{\omega C} = \frac{4}{3} \rightarrow C = \frac{3}{4} \times \frac{1}{\omega} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2\pi \times 50} = 2.34 \times 10^{-3}\ \text{F}$$

H25 問15(改)

図のように，電源電圧100 V，周波数50 Hzの交流電源に，6Ωの抵抗とインダクタンス7.96 mHのコイルからなる負荷を接続した交流回路がある。次の(a)及び(b)の問に答えよ。



(a)図において，負荷が消費する有効電力Pの値を求めよ。

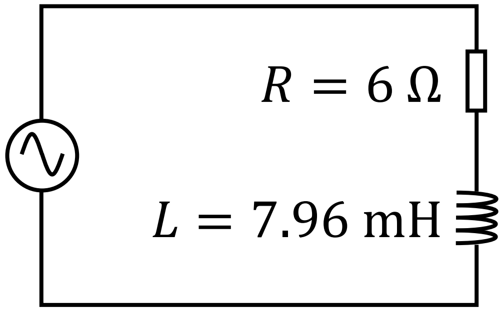
(b)図において，静電容量Cのコンデンサを端子a, b間に接続した。その結果，電源からみた負荷の力率が1になった。静電容量Cの値を求めよ。

導出のポイント

(a)図において，負荷が消費する有効電力Pの値を求めよ。

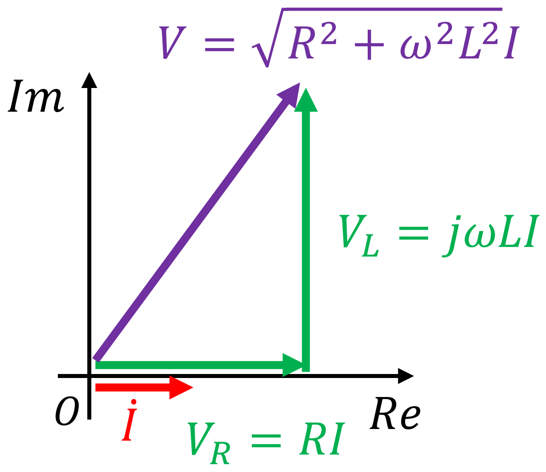
$\dot{V} = 100\ \mathrm{V}$

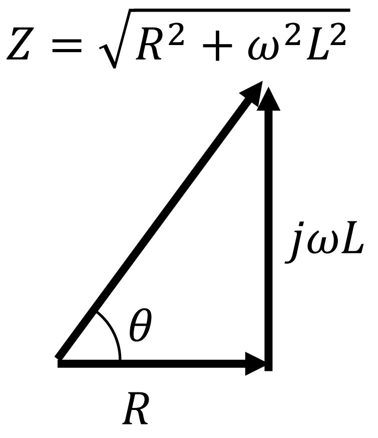
$f = 50\ \mathrm{Hz}$



抵抗の電圧
→電圧と電流は同相

コイルの電圧
→電圧は電流より進む





$$\cos\theta = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

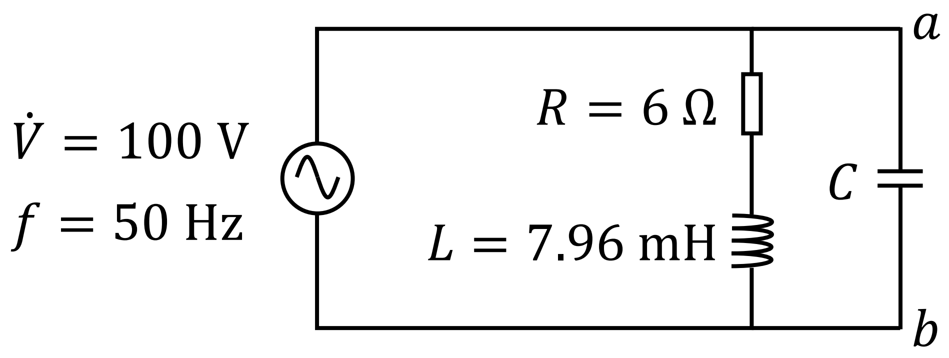
$$I = \frac{1}{Z} V = \frac{1}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} V$$

$$P = VI\cos\theta = V \cdot \frac{1}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} V \cdot \frac{R}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} = \frac{RV^2}{R^2 + \omega^2 L^2} = \frac{6 \times 100^2}{6^2 + (2\pi \times 50 \times 7.96 \times 10^{-3})^2}$$

$$P = 1420\ \mathrm{W}$$

導出のポイント

(b)図において，静電容量Cのコンデンサを端子a, b間に接続した。その結果，電源からみた負荷の力率が1になった。静電容量Cの値を求めよ。



$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{1/j\omega C} + \frac{1}{R + j\omega L} = j\omega C + \frac{1}{R + j\omega L}$$

$$I = \frac{1}{Z}V = \left(j\omega C + \frac{1}{R + j\omega L}\right)V = \left(j\omega C + \frac{1}{R + j\omega L} \cdot \frac{R - j\omega L}{R - j\omega L}\right)V$$

$$= \left(j\omega C + \frac{R - j\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2}\right)V = \left[\frac{R}{R^2 + \omega^2 L^2} + j\left(\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2}\right)\right]V$$

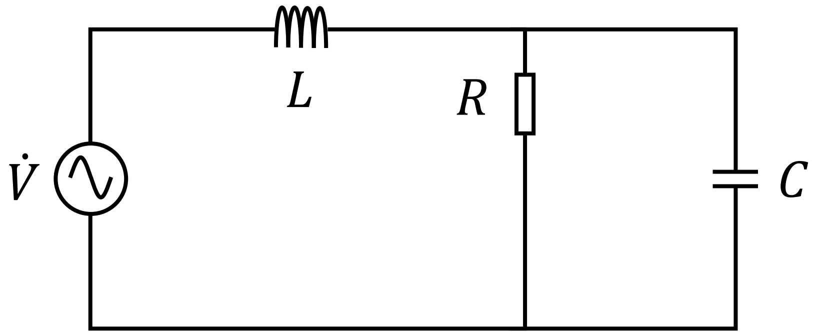
虚数成分が0になるとき、力率が1となる

$$\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} = 0 \ \rightarrow \ \omega C = \frac{\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

$$C = \frac{L}{R^2 + \omega^2 L^2} = \frac{7.96 \times 10^{-3}}{6^2 + (2\pi \times 50 \times 7.96 \times 10^{-3})^2} = 1.88 \times 10^{-4}\ \mathrm{F}$$

H23 問15(改)

図のように，抵抗R，静電容量Cのコンデンサ，インダクタンスLのコイルからなる負荷に電源電圧Vの交流電源を接続した回路がある。次の(a)及び(b)の問に答えよ。

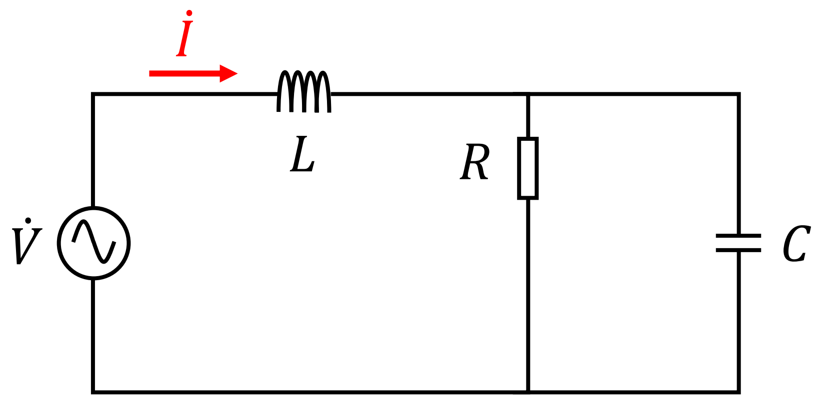


(a)電源からみた負荷の力率が1になったとき，インダクタンスLのコイルと静電容量Cのコンデンサの関係を示す式を示せ。

(b)負荷の力率が1になったとき，静電容量Cのコンデンサの端子電圧の値を示す式を示せ。

導出のポイント

(a)電源からみた負荷の力率が1になったとき，インダクタンスLのコイルと静電容量Cのコンデンサの関係を示す式を示せ。



$$\dot{V} = ZI = \left(j\omega L + \frac{R \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} \right) I = \left(j\omega L + \frac{R}{j\omega CR + 1} \right) I$$

$$= \left(j\omega L + \frac{R}{1 + j\omega CR} \cdot \frac{1 - j\omega CR}{1 - j\omega CR} \right) I = \left(j\omega L + \frac{R(1 - j\omega CR)}{1^2 + \omega^2 C^2 R^2} \right) I$$

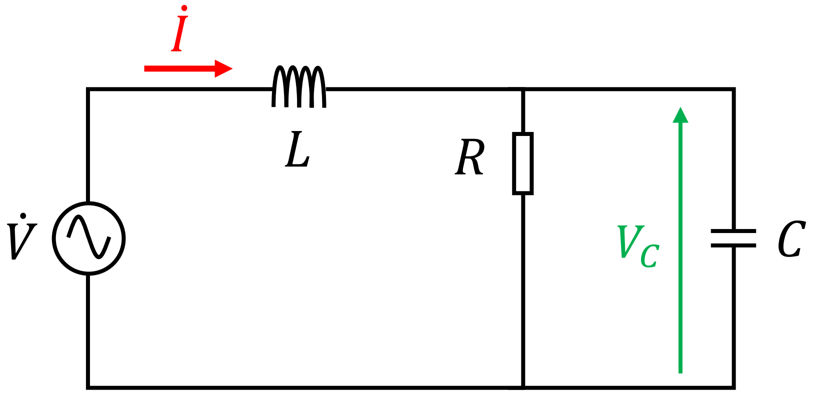
$$= \left[\frac{R}{1 + \omega^2 C^2 R^2} + j \underline{\left(\omega L - \frac{\omega CR^2}{1 + \omega^2 C^2 R^2} \right)} \right] I$$

虚数成分が0になるとき、力率が1となる

$$\omega L - \frac{\omega CR^2}{1 + \omega^2 C^2 R^2} = 0 \rightarrow \omega L = \frac{\omega CR^2}{1 + \omega^2 C^2 R^2} \rightarrow L = \frac{CR^2}{1 + \omega^2 C^2 R^2}$$

導出のポイント

(b)負荷の力率が1になったとき，静電容量Cのコンデンサの端子電圧の値を示す式を示せ。



$$V=\left[\frac{R}{1+\omega^2C^2R^2}+j\left(\omega L-\frac{\omega CR^2}{1+\omega^2C^2R^2}\right)\right]I$$

虚数成分が0になるとき、力率が1となる

$$L=\frac{CR^2}{1+\omega^2C^2R^2}$$

$$I=\left[\frac{R}{1+\omega^2C^2R^2}+j\left(\omega L-\frac{\omega CR^2}{1+\omega^2C^2R^2}\right)\right]^{-1}V$$

$$V_C=\frac{R(1-j\omega CR)}{1+\omega^2C^2R^2}I=\frac{R(1-j\omega CR)}{1+\omega^2C^2R^2}\cdot\Bigg[\frac{R}{1+\omega^2C^2R^2}+\underbrace{j\left(\omega L-\frac{\omega CR^2}{1+\omega^2C^2R^2}\right)}_{=0}\Bigg]^{-1}V=\frac{R(1-j\omega CR)}{1+\omega^2C^2R^2}\cdot\frac{1+\omega^2C^2R^2}{R}V$$

$$=(1-j\omega CR)V$$

ご聴講ありがとうございました!!