電験どうでしょう管理人
KWG presents

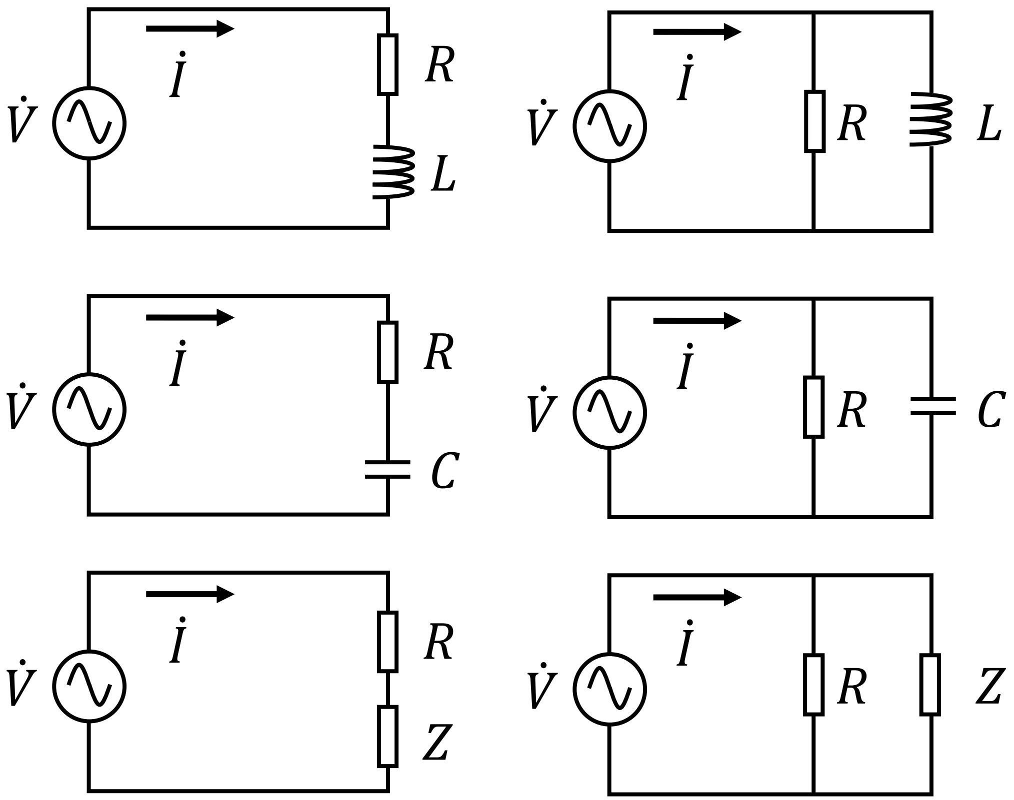
電験オンライン塾

第6回　交流回路

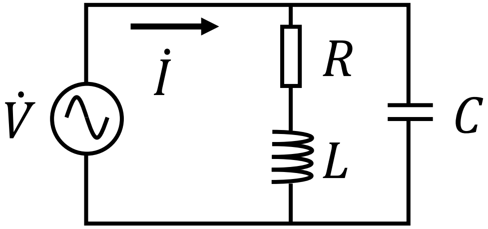
~共振回路（2）~

2021.11.27 Sat

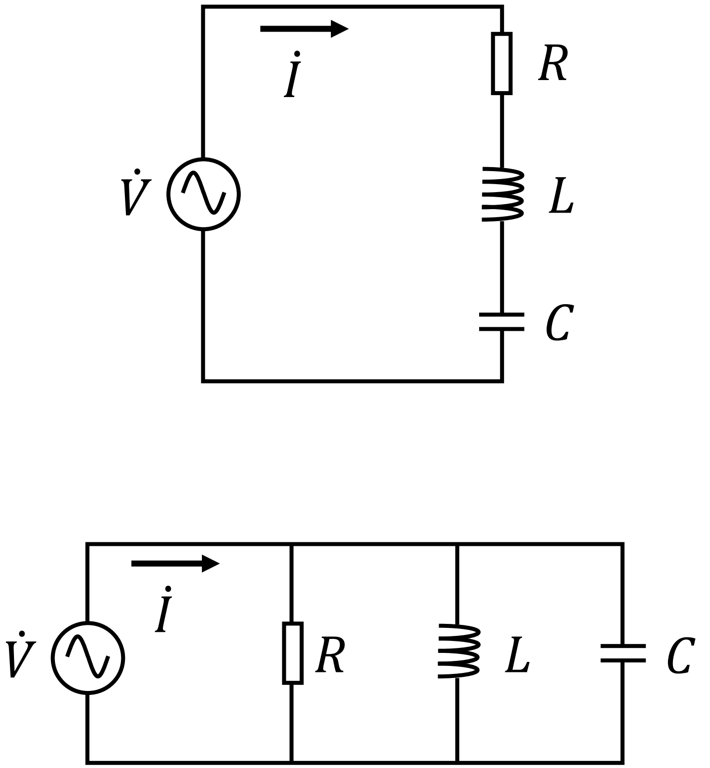
電験三種で出題される交流回路



素子が2種類
→ベクトルで解く



Cによる力率改善
→複素数で解く

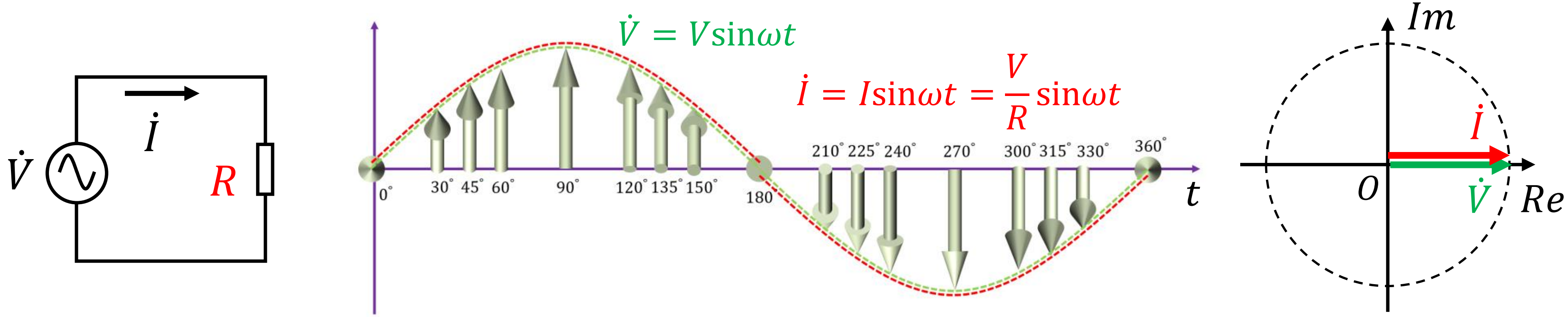


RLC直列/並列
→共振条件で解く

各素子の電圧と電流の関係

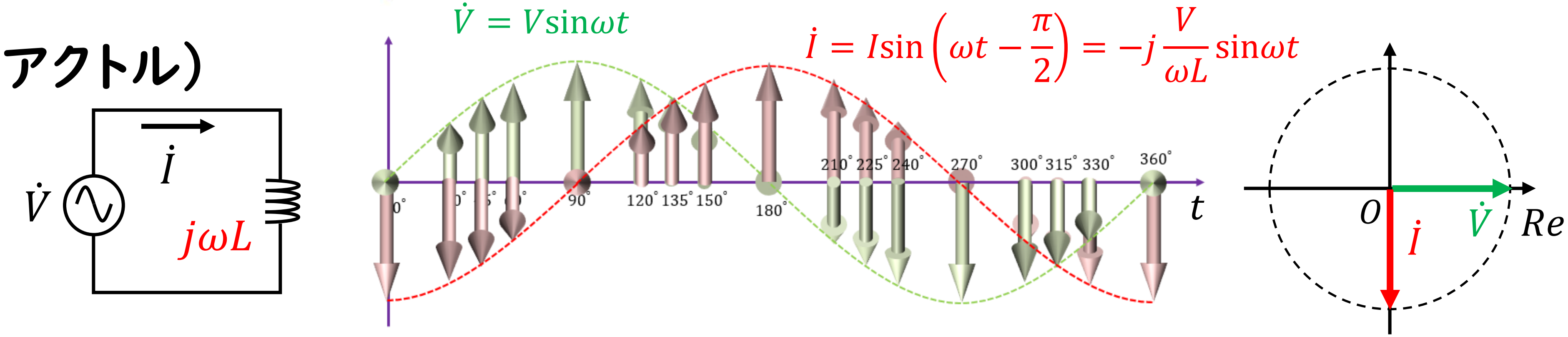
抵抗R

電圧と電流は同相



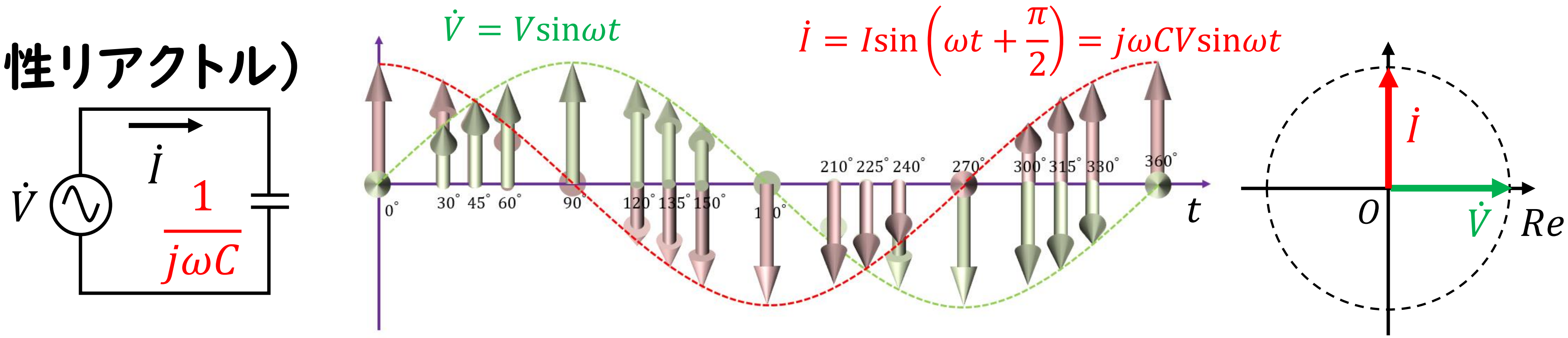
コイルL（誘導性リアクトル）

電圧は電流より進む
電流は電圧より遅れる



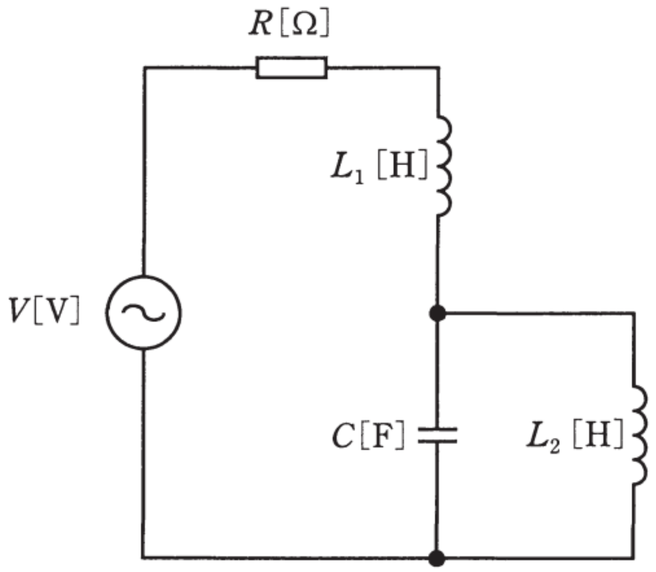
コンデンサC（容量性リアクトル）

電圧は電流より遅れる
電流は電圧より進む



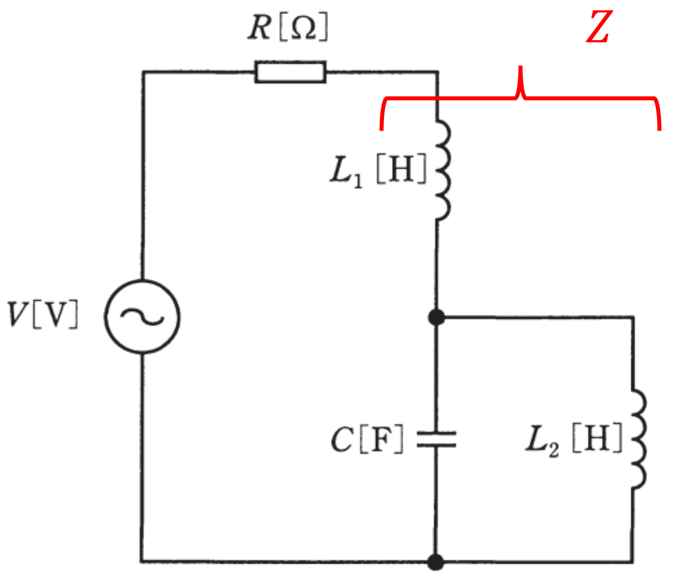
H28 問9

問９　図のように，R=1 Ωの抵抗，インダクタンスL_1=0.4 mH，L_2=0.2 mHのコイル，及び静電容量C=8 μFのコンデンサからなる直並列回路がある。この回路に交流電圧V=100 Vを加えたとき，回路のインピーダンスが極めて小さくなる直列共振角周波数ω_1の値[rad/s]及び回路のインピーダンスが極めて大きくなる並列共振角周波数ω_2の値[rad/s]の組合せとして，最も近いものを次の(1)～(5)のうちから一つ選べ。



	ω_1	ω_2
(1)	2.5×10^4	3.5×10^3
(2)	2.5×10^4	3.1×10^4
(3)	3.5×10^3	2.5×10^4
(4)	3.1×10^4	3.5×10^3
(5)	3.1×10^4	2.5×10^4

導出のポイント



$L_1 = 0.4\ \mathrm{mH}, L_2 = 0.2\ \mathrm{mH}$
$R = 1\ \Omega, C = 8\ \mu\mathrm{F}$

$$Z = j\omega L_1 + \frac{j\omega L_2 \cdot 1/j\omega C}{j\omega L_2 + 1/j\omega C} = j\omega L_1 + \frac{j\omega L_2}{1-\omega^2 L_2 C}$$

$$= j\frac{\omega L_1\left(1-\omega^2 L_2 C\right) + \omega L_2}{1-\omega^2 L_2 C}$$

分子が0 → Zが小さい（直列共振）
分母が0 → Zが大きい（並列共振）

分母が0

$$1-\omega_2^2 L_2 C = 0$$

$$\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{L_2 C}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{0.2\times 10^{-3}\times 8\times 10^{-6}}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{16\times 10^{-10}}}$$

$$= 2.5\times 10^4\ \mathrm{rad/s}$$

分子が0

$$\omega_1 L_1\left(1-\omega_1^2 L_2 C\right) + \omega_1 L_2 = 0$$

$$L_1\left(1-\omega_1^2 L_2 C\right) + L_2 = 0$$

$$L_1 - \omega_1^2 L_1 L_2 C + L_2 = 0$$

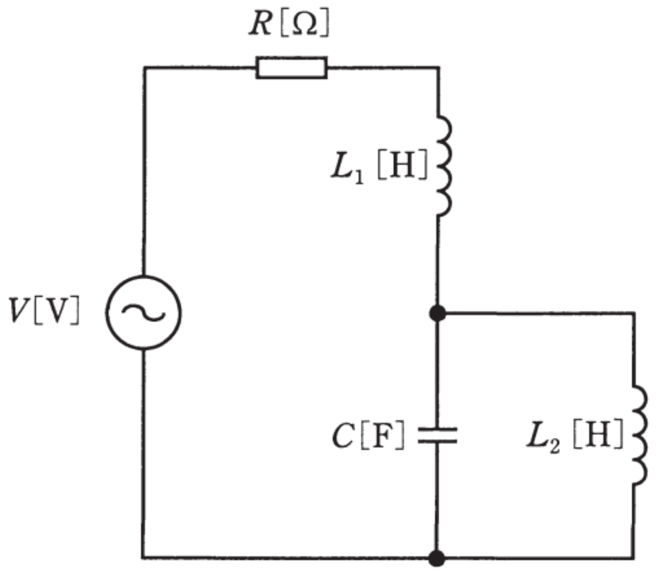
$$\omega_1^2 L_1 L_2 C = L_1 + L_2$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{L_1+L_2}{L_1 L_2 C}} = \sqrt{\frac{0.4+0.2}{0.4\times 0.2}\times\frac{1}{10^{-3}}\times\frac{1}{8}\times\frac{1}{10^{-6}}}$$

$$= \sqrt{\frac{0.6}{0.64}\times\frac{1}{10^{-9}}} = 3.1\times 10^4\ \mathrm{rad/s}$$

H28 問9

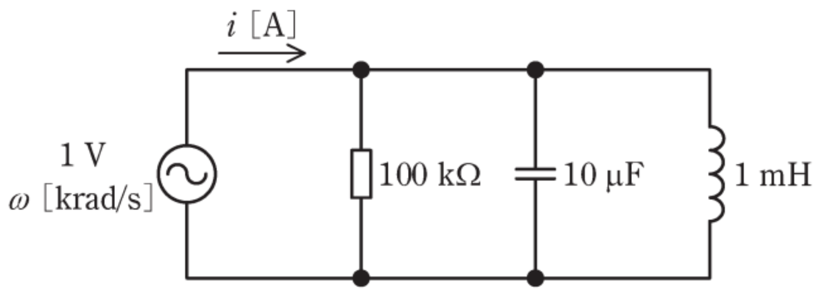
問９　図のように，$R=1\,\Omega$の抵抗，インダクタンス$L_1=0.4\,\mathrm{mH}$，$L_2=0.2\,\mathrm{mH}$のコイル，及び静電容量$C=8\,\mu\mathrm{F}$のコンデンサからなる直並列回路がある。この回路に交流電圧$V=100\,\mathrm{V}$を加えたとき，回路のインピーダンスが極めて小さくなる直列共振角周波数ω_1の値［rad/s］及び回路のインピーダンスが極めて大きくなる並列共振角周波数ω_2の値［rad/s］の組合せとして，最も近いものを次の(1)～(5)のうちから一つ選べ。



	ω_1	ω_2
(1)	2.5×10^4	3.5×10^3
(2)	2.5×10^4	3.1×10^4
(3)	3.5×10^3	2.5×10^4
(4)	3.1×10^4	3.5×10^3
(5)	3.1×10^4	2.5×10^4

R01 問9

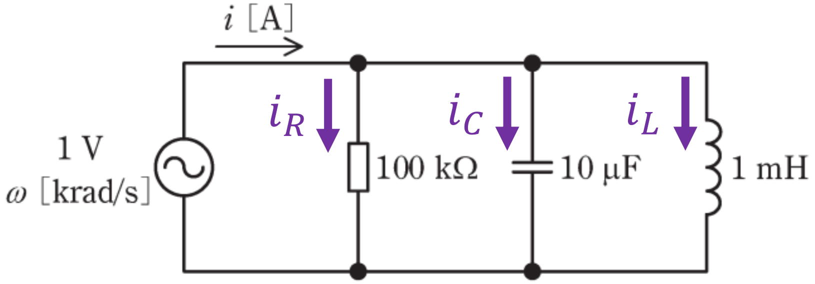
問９　図は，実効値が１Ｖで角周波数ω [krad/s]が変化する正弦波交流電源を含む回路である。いま，ωの値が$\omega_1 = 5$ krad/s，$\omega_2 = 10$ krad/s，$\omega_3 = 30$ krad/s と３通りの場合を考え，$\omega = \omega_k$ ($k = 1, 2, 3$)のときの電流 i [A]の実効値をI_kと表すとき，I_1, I_2, I_3 の大小関係として，正しいものを次の(1)～(5)のうちから一つ選べ。



(1)　$I_1 < I_2 < I_3$　　(2)　$I_1 = I_2 < I_3$　　(3)　$I_2 < I_1 < I_3$

(4)　$I_2 < I_1 = I_3$　　(5)　$I_3 < I_2 < I_1$

導出のポイント



$\omega_1 = 5$ krad/s, $\omega_2 = 10$ krad/s, $\omega_3 = 30$ krad/s

電流と電圧の関係

$$i = i_R + i_L + i_C$$
$$i_R = \frac{1}{R}V$$
$$i_C = j\omega CV$$
$$i_L = -j\frac{1}{\omega L}V$$

共振角周波数ω_0を求める

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{10\times10^{-6}\times10^{-3}}}$$
$$= \frac{1}{\sqrt{10^{-8}}} = \frac{1}{10^{-4}} = 10\ \text{krad/s} = \omega_2$$

$$i_{C2} = j\omega_2 CV = j\times10\times10^3\times10\times10^{-6}\times1 = j0.1\ \text{A}$$
$$i_{C1} = j\omega_1 CV = \frac{1}{2}j\omega_2 CV = j0.05\ \text{A}$$
$$i_{C3} = j\omega_3 CV = 3j\omega_2 CV = j0.3\ \text{A}$$

$$i_{L2} = -j\frac{1}{\omega_2 L}V = -j\frac{1}{10\times10^3\times10^{-3}}\times1 = -j0.1\ \text{A}$$
$$i_{L1} = -j\frac{1}{\omega_1 L}V = -2j\frac{1}{\omega_2 L}V = -j0.2\ \text{A}$$
$$i_{L3} = -j\frac{1}{\omega_3 L}V = -\frac{1}{3}j\frac{1}{\omega_2 L}V = j0.033\ \text{A}$$

ω_1のとき

$$I_1 = i_R + i_{L1} + i_{C1} = i_R - j0.2 + j0.05 = i_R - j0.15$$

ω_2のとき

$$I_2 = i_R + i_{L2} + i_{C2} = i_R - j0.1 + j0.1 = i_R$$

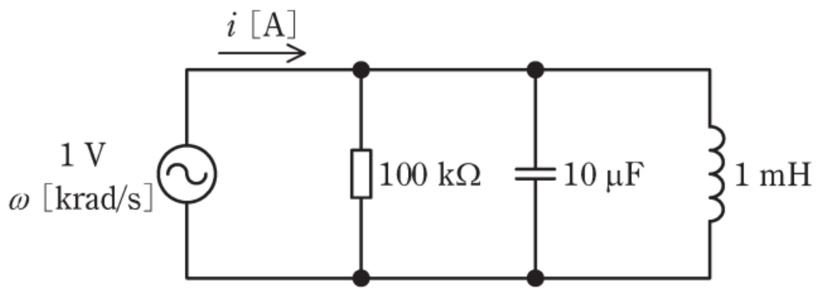
ω_3のとき

$$I_3 = i_R + i_{L3} + i_{C3} = i_R - j0.3 + j0.033 = i_R - j0.266$$

Ans. $I_2 < I_1 < I_3$

R01 問9

問９　図は，実効値が １ Ｖ で角周波数ω [krad/s]が変化する正弦波交流電源を含む回路である。いま，ωの値が $\omega_1=5$ krad/s，$\omega_2=10$ krad/s，$\omega_3=30$ krad/s と ３ 通りの場合を考え，$\omega=\omega_k$ ($k=1, 2, 3$)のときの電流 i [A]の実効値を I_k と表すとき，I_1, I_2, I_3 の大小関係として，正しいものを次の(1)～(5)のうちから一つ選べ。

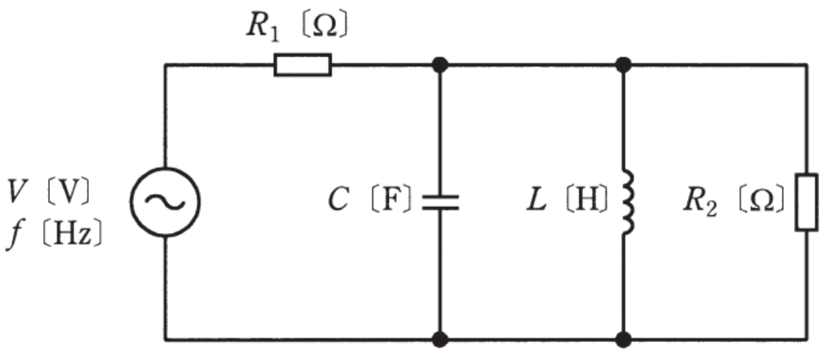


(1)　$I_1 < I_2 < I_3$　　(2)　$I_1 = I_2 < I_3$　　(3)　$I_2 < I_1 < I_3$

(4)　$I_2 < I_1 = I_3$　　(5)　$I_3 < I_2 < I_1$

H24 問10

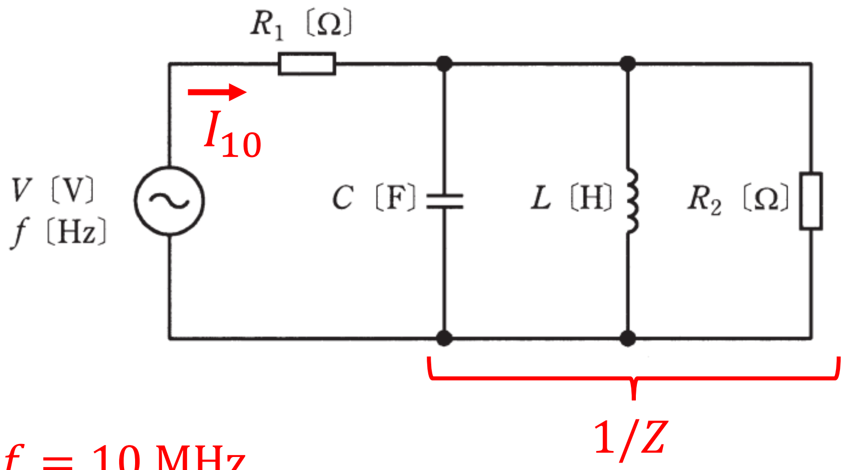
問10　図のように，$R_1=20$〔Ω〕と $R_2=30$〔Ω〕の抵抗，静電容量 $C=\dfrac{1}{100\pi}$〔F〕のコンデンサ，インダクタンス $L=\dfrac{1}{4\pi}$〔H〕のコイルからなる回路に周波数 f〔Hz〕で実効値 V〔V〕が一定の交流電圧を加えた。$f=10$〔Hz〕のときに R_1 を流れる電流の大きさを $I_{10\mathrm{Hz}}$〔A〕，$f=10$〔MHz〕のときに R_1 を流れる電流の大きさを $I_{10\mathrm{MHz}}$〔A〕とする。このとき，電流比 $\dfrac{I_{10\mathrm{Hz}}}{I_{10\mathrm{MHz}}}$ の値として，最も近いものを次の(1)～(5)のうちから一つ選べ。



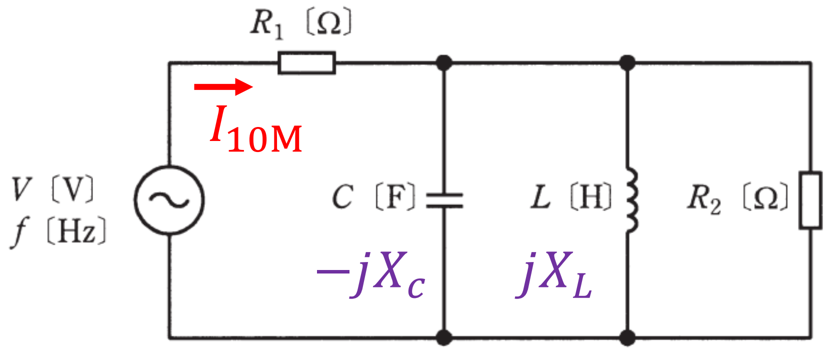
(1) 0.4　(2) 0.6　(3) 1.0　(4) 1.7　(5) 2.5

導出のポイント

$f = 10\ \mathrm{Hz}$



$f = 10\ \mathrm{MHz}$



共振周波数f_0を求める

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4\pi} \times \frac{1}{100\pi}}} = \sqrt{400\pi^2} = 20\pi$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi}\omega_0 = \frac{1}{2\pi} \times 20\pi = 10\ \mathrm{Hz}$$

$f = 10\ \mathrm{Hz}$の場合のI_{10}を求める

$$\frac{1}{Z} = \underline{j\omega C - j\frac{1}{\omega L}} + \frac{1}{R_2} \rightarrow \frac{1}{Z} = \frac{1}{R_1} \rightarrow Z = R_1$$

$f = 10\ \mathrm{Hz}$は共振条件なので 0

$$I_{10} = \frac{V}{R_1 + Z} = \frac{V}{R_1 + R_2}$$

$f = 10\ \mathrm{MHz}$の場合の$I_{10\mathrm{M}}$を求める

$$X_L = \omega L = 2 \times \pi \times 10 \times 10^6 \times \frac{1}{4\pi} = 5 \times 10^6\ \Omega$$

$$X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2 \times \pi \times 10 \times 10^6 \times \frac{1}{100\pi}} = 5 \times 10^{-6}\ \Omega$$

$X_C \sim 0\ \Omega$ なので並列部分の合成インピーダンスは$0\ \Omega$となる（短絡されている）

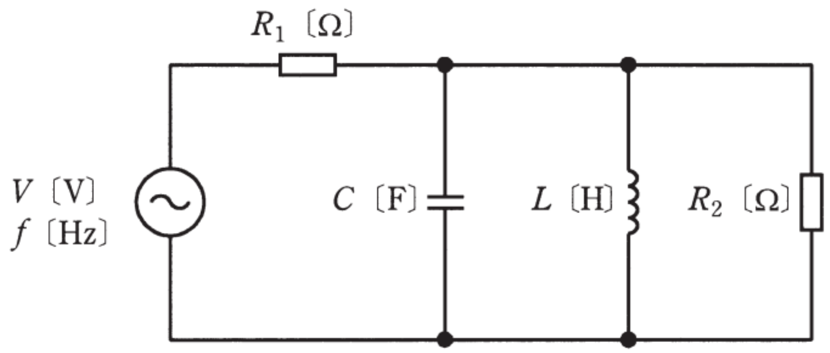
$$I_{10\mathrm{M}} = \frac{V}{R_1}$$

$$\frac{I_{10}}{I_{10\mathrm{M}}} = \frac{\frac{V}{R_1 + R_2}}{\frac{V}{R_1}} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$= \frac{20}{50} = 0.4$$

H24 問10

問10　図のように，$R_1 = 20$〔Ω〕と $R_2 = 30$〔Ω〕の抵抗，静電容量 $C = \dfrac{1}{100\pi}$〔F〕のコンデンサ，インダクタンス $L = \dfrac{1}{4\pi}$〔H〕のコイルからなる回路に周波数 f〔Hz〕で実効値 V〔V〕が一定の交流電圧を加えた。$f = 10$〔Hz〕のときに R_1 を流れる電流の大きさを $I_{10\mathrm{Hz}}$〔A〕，$f = 10$〔MHz〕のときに R_1 を流れる電流の大きさを $I_{10\mathrm{MHz}}$〔A〕とする。このとき，電流比 $\dfrac{I_{10\mathrm{Hz}}}{I_{10\mathrm{MHz}}}$ の値として，最も近いものを次の(1)～(5)のうちから一つ選べ。

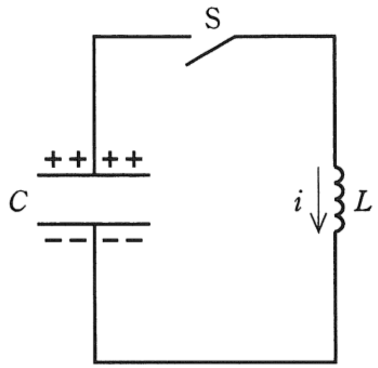


(1) 0.4　　(2) 0.6　　(3) 1.0　　(4) 1.7　　(5) 2.5

H23 問16

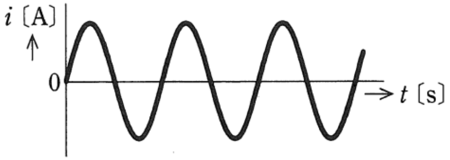
問16　図のように，電圧 100〔V〕に充電された静電容量 $C = 300$〔μF〕のコンデンサ，インダクタンス $L = 30$〔mH〕のコイル，開いた状態のスイッチ S からなる回路がある。時刻 $t = 0$〔s〕でスイッチ S を閉じてコンデンサに充電された電荷を放電すると，回路には振動電流 i〔A〕（図の矢印の向きを正とする）が流れる。このとき，次の(a)及び(b)の問に答えよ。

ただし，回路の抵抗は無視できるものとする。

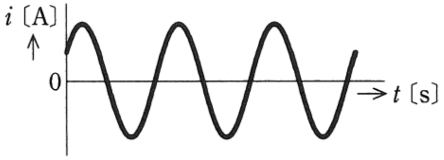


(a) 振動電流 i〔A〕の波形を示す図として，正しいものを次の(1)～(5)のうちから一つ選べ。

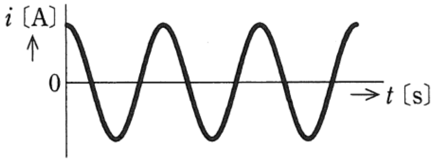
(1)



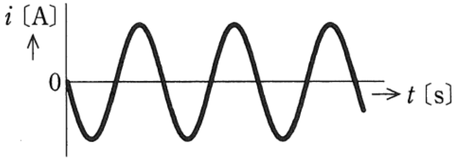
(2)



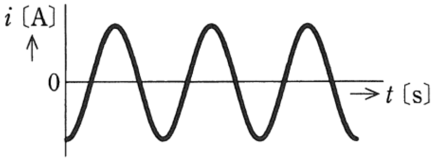
(3)



(4)



(5)

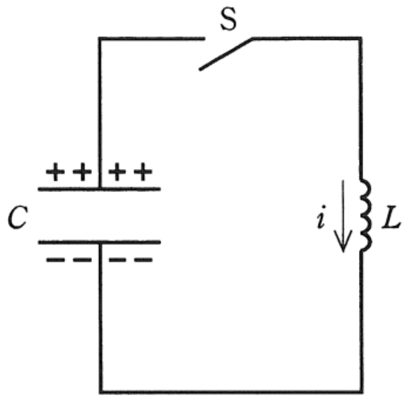


(b) 振動電流の最大値〔A〕及び周期〔ms〕の値の組合せとして，最も近いものを次の(1)～(5)のうちから一つ選べ。

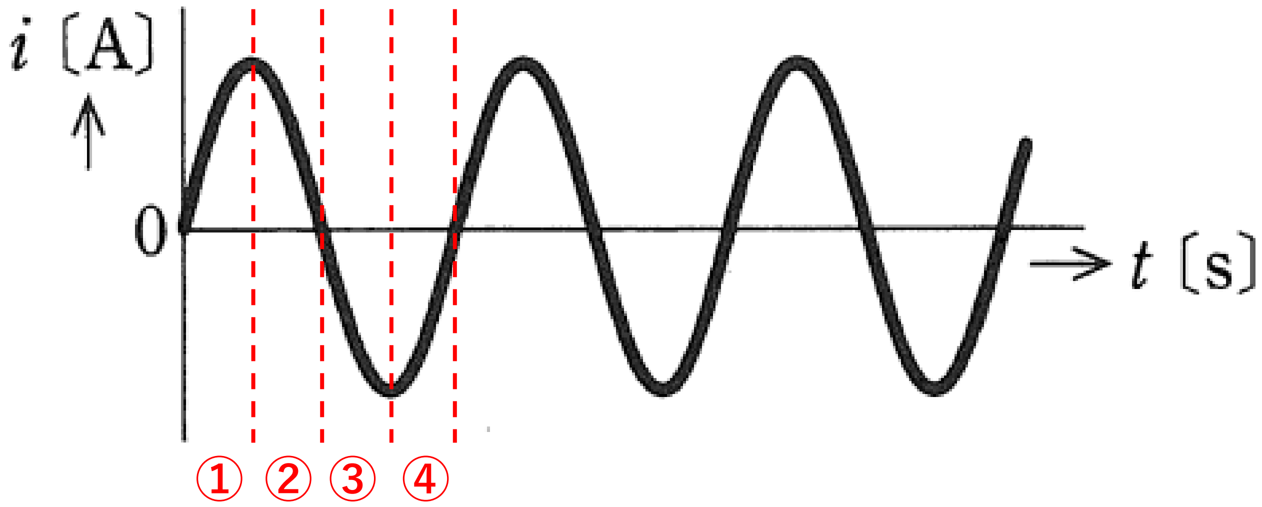
	最大値	周　期
(1)	1.0	18.8
(2)	1.0	188
(3)	10.0	1.88
(4)	10.0	18.8
(5)	10.0	188

導出のポイント

(a) 振動電流 i〔A〕の波形を示す図として，正しいものを次の(1)～(5)のうちから一つ選べ。



(1)



① SがONとなりコンデンサからコイルへ電流が流れる。コイルで逆起電力が発生するため、最初はあまり電流が流れない。

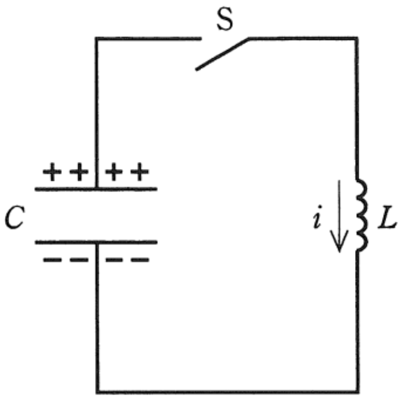
② コンデンサのエネルギー（電荷）が無くなる。コイルは電流としてエネルギーを蓄えているため、コイルが電流を流し続ける。コンデンサの－極側に充電を開始する

③ コンデンサの－極側への充電が完了し、コイルのエネルギー（電流）が無くなる。コンデンサは①とは逆向きに電荷を蓄えており、反対方向に電流を流し、コイルを充電する。

④ コンデンサのエネルギー（電荷）が無くなる。コイルは電流としてエネルギーを蓄えているため、コイルが電流を流し続ける。コンデンサの＋極側に充電を開始する

導出のポイント

(b) 振動電流の最大値〔A〕及び周期〔ms〕の値の組合せとして，最も近いものを次の(1)～(5)のうちから一つ選べ。



$V_0 = 100\ \mathrm{V}$
$L = 30\ \mathrm{mH}$
$C = 300\ \mu\mathrm{F}$

共振周波数f_0を求める

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{30\times10^{-3}\times300\times10^{-6}}} = \frac{1}{\sqrt{9\times10^{-6}}} = \frac{1}{3}\times10^3$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi}\omega_0 = \frac{1}{2\pi}\times\frac{1}{3}\times10^3 = \frac{1}{6\pi}\times10^3\ \mathrm{Hz}$$

周期Tを求める

$$T = \frac{1}{f_0} = \frac{1}{\frac{1}{6\pi}\times10^3} = 6\pi\times10^{-3} = 18.8\ \mathrm{ms}$$

電流の最大値を求める

コイルのエネルギー： $W_L = \frac{1}{2}LI^2$

コンデンサのエネルギー： $W_C = \frac{1}{2}CV^2$

$W_{Lmax} = W_{Cmax}$ **より**

$$\frac{1}{2}LI_{max}^2 = \frac{1}{2}CV_{max}^2 \rightarrow I_{max} = \sqrt{\frac{C}{L}}V_{max}$$

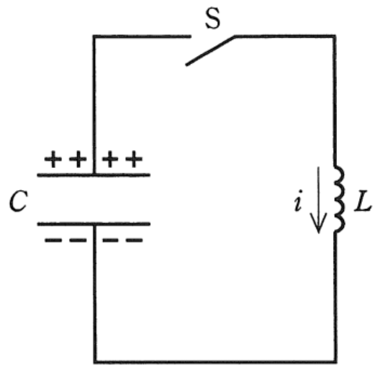
$$I_{max} = \sqrt{\frac{300\times10^{-6}}{30\times10^{-3}}}\times100 = 10\ \mathrm{A}$$

	最大値	周　期
(1)	1.0	18.8
(2)	1.0	188
(3)	10.0	1.88
(4)	10.0	18.8
(5)	10.0	188

H23 問16

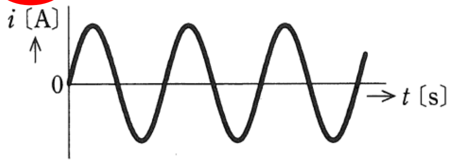
問16　図のように，電圧 100〔V〕に充電された静電容量 $C = 300$〔μF〕のコンデンサ，インダクタンス $L = 30$〔mH〕のコイル，開いた状態のスイッチ S からなる回路がある。時刻 $t = 0$〔s〕でスイッチ S を閉じてコンデンサに充電された電荷を放電すると，回路には振動電流 i〔A〕（図の矢印の向きを正とする）が流れる。このとき，次の(a)及び(b)の問に答えよ。

ただし，回路の抵抗は無視できるものとする。

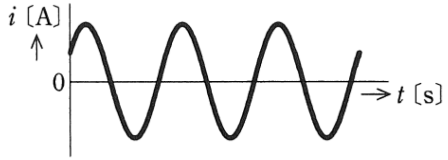


(a) 振動電流 i〔A〕の波形を示す図として，正しいものを次の(1)～(5)のうちから一つ選べ。

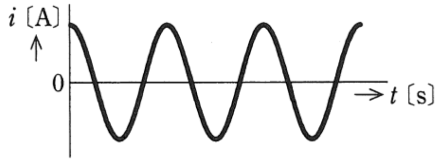
(1)



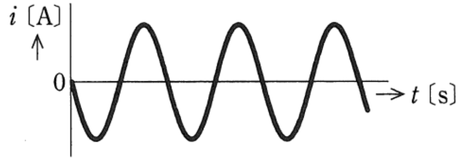
(2)



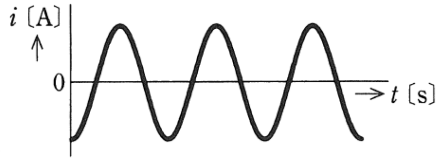
(3)



(4)



(5)



(b) 振動電流の最大値〔A〕及び周期〔ms〕の値の組合せとして，最も近いものを次の(1)～(5)のうちから一つ選べ。

	最大値	周　期
(1)	1.0	18.8
(2)	1.0	188
(3)	10.0	1.88
(4)	10.0	18.8
(5)	10.0	188

ご聴講ありがとう
ございました!!