

電験どうでしょう管理人
KWG presents

電験オンライン塾

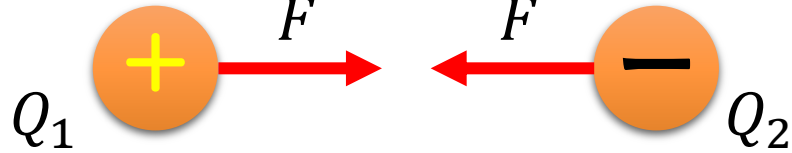
第2回 電磁気学 演習
~電位と等電位線~

2023.05.14 Sun

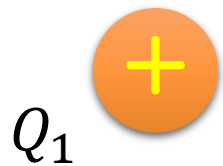
クーロン力

電荷間で働く力 $F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon r^2}$

引力



斥力

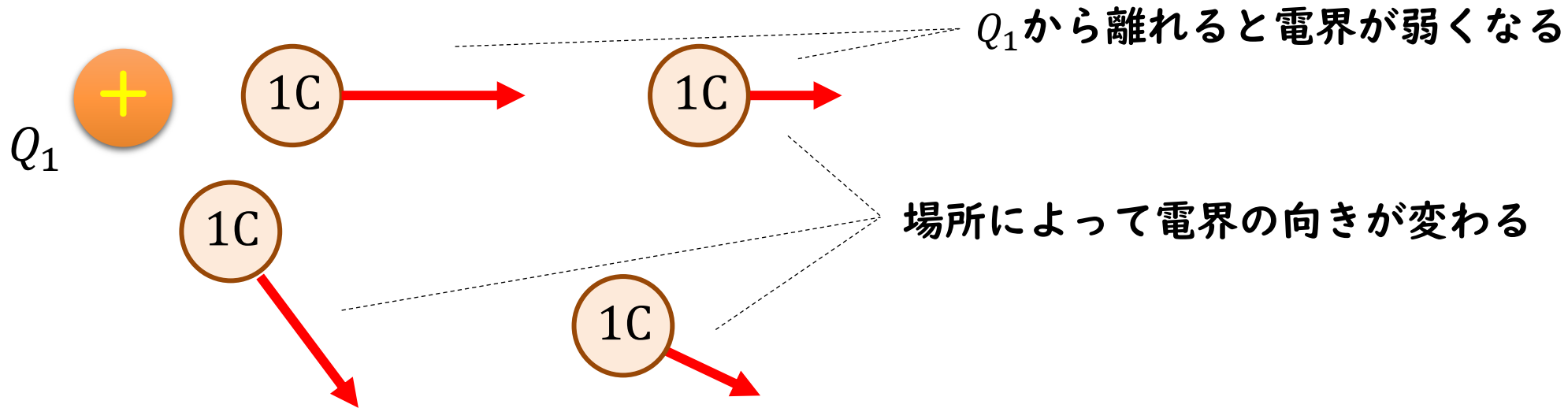


1つの電荷 Q_1 がどのくらいのクーロン力を
生み出すかイメージしたい

クーロン力と電界

1つの電荷 Q_1 がどのくらいのクーロン力を生み出すかイメージしたい
 → Q_1 の近くに電荷を置いてみる (電界の概念)

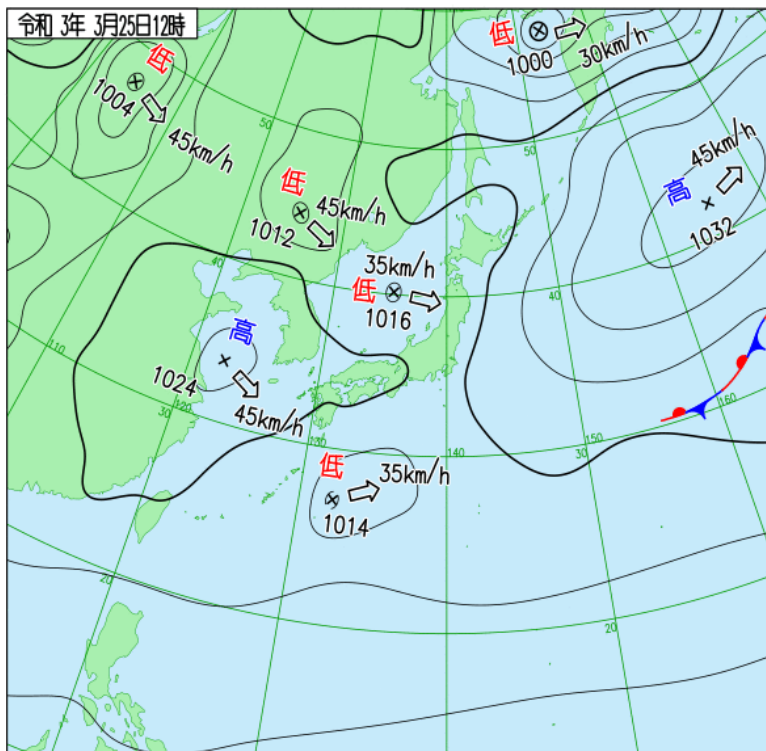
電界とは電荷 Q_1 が1Cの電荷に与える力 $F = \frac{Q_1 \times 1}{4\pi\epsilon r^2} \rightarrow E = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon r^2}$



電荷の持つ性質を分かりやすく表現したい → 電界

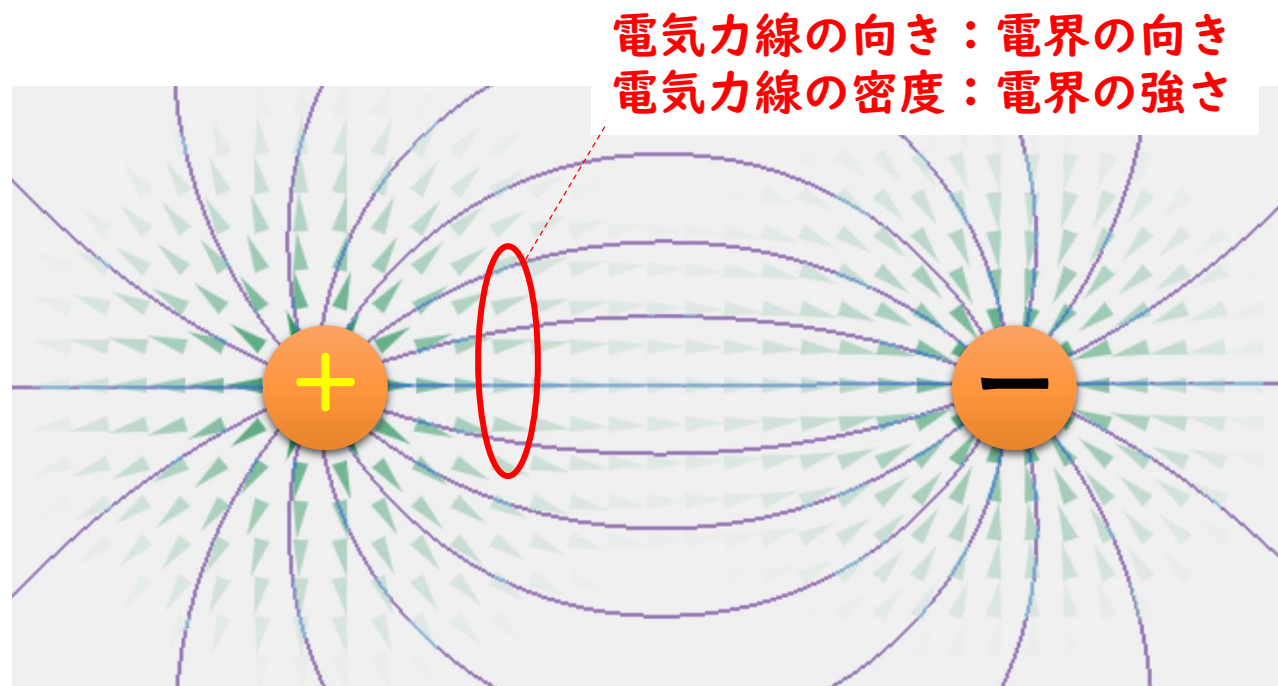
電気力線の導入

天気図



国土交通省 気象庁

<https://www.data.jma.go.jp/fcd/yoho/wxchart/>



天気図
等圧線
気圧の山と谷
風速

電気の世界
→等電位線
→電荷
→電界、電気力線

電気力線という表現を利用することで
電荷が作る電界がイメージしやすくなる

ここまでのまとめ

クーロン力：電荷間で働く力 $F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon r^2}$

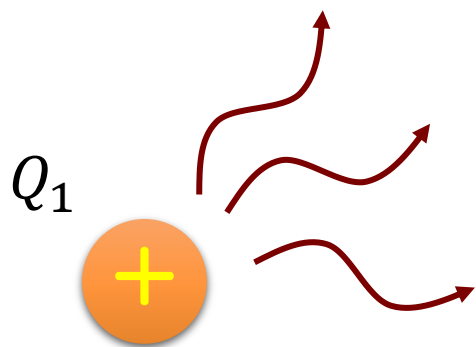
引力



斥力



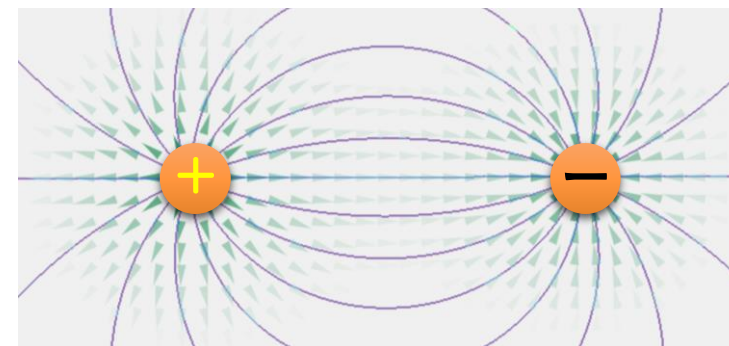
電荷が発生する『雰囲気』→電界



電界：電荷 Q_1 が1Cの電荷に与える力 $E = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon r^2}$

電気力線：電界を可視的に表現したもの

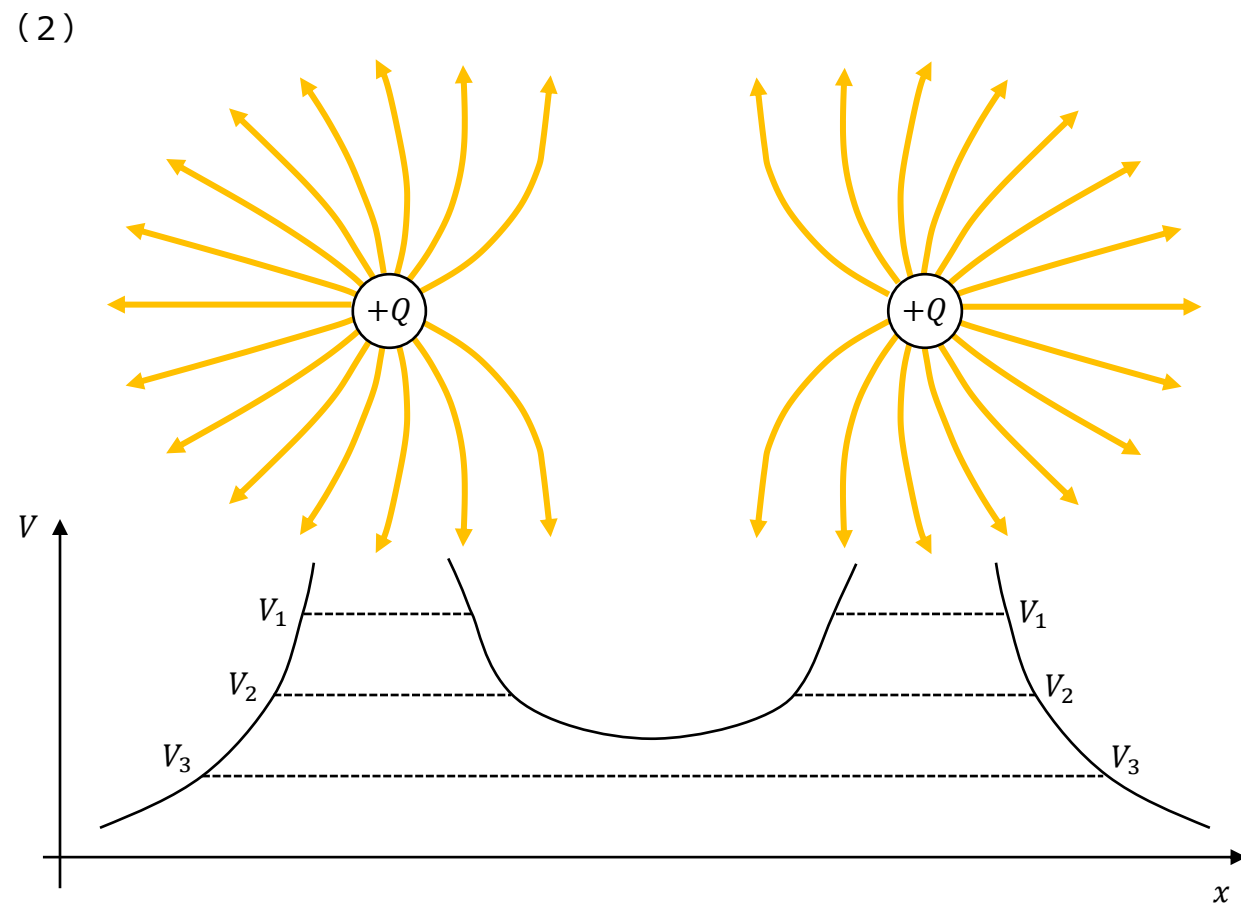
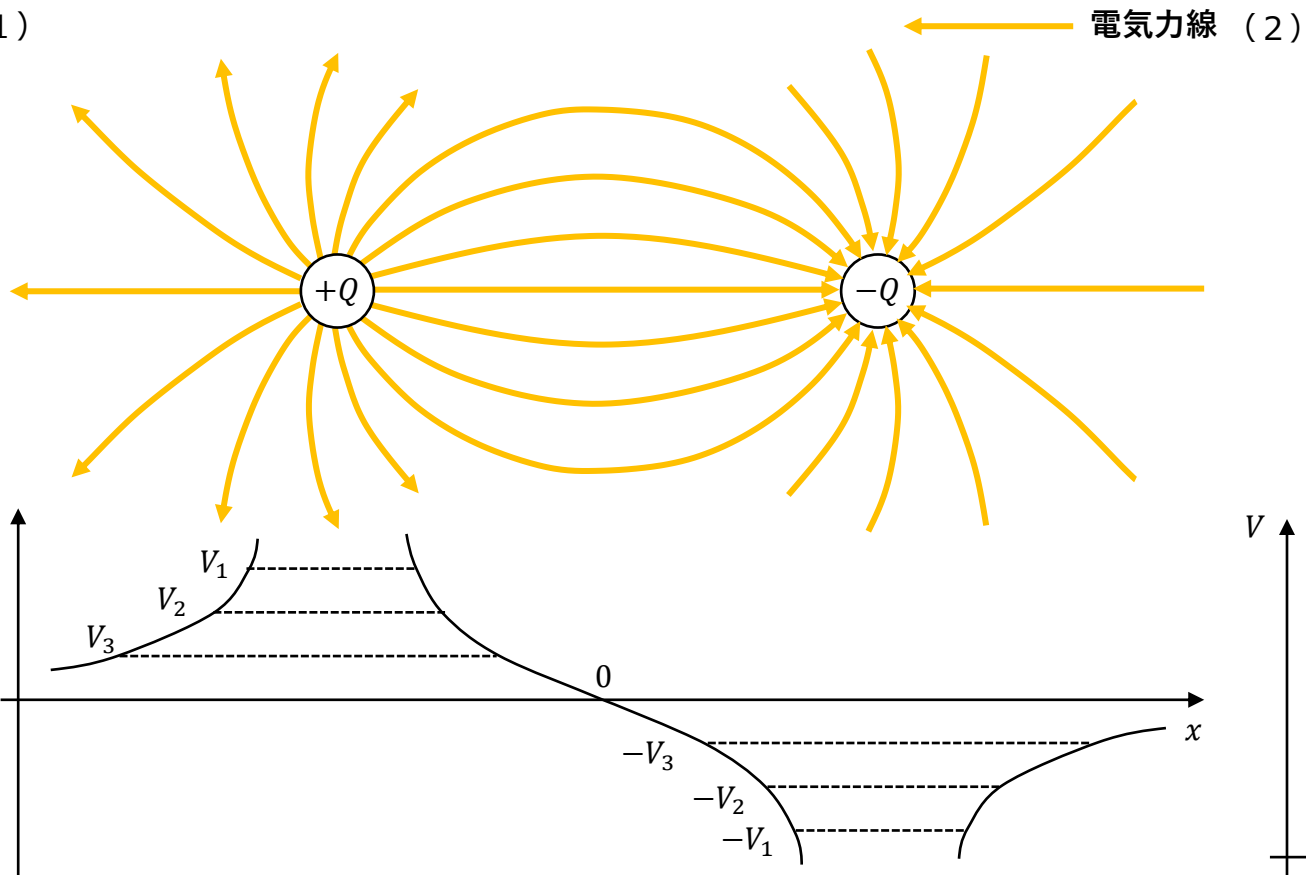
電気力線の向き：電界の向き
電気力線の密度：電界の強さ



演習問題 I

以下の2つの電荷により生じる等電位線を描け。

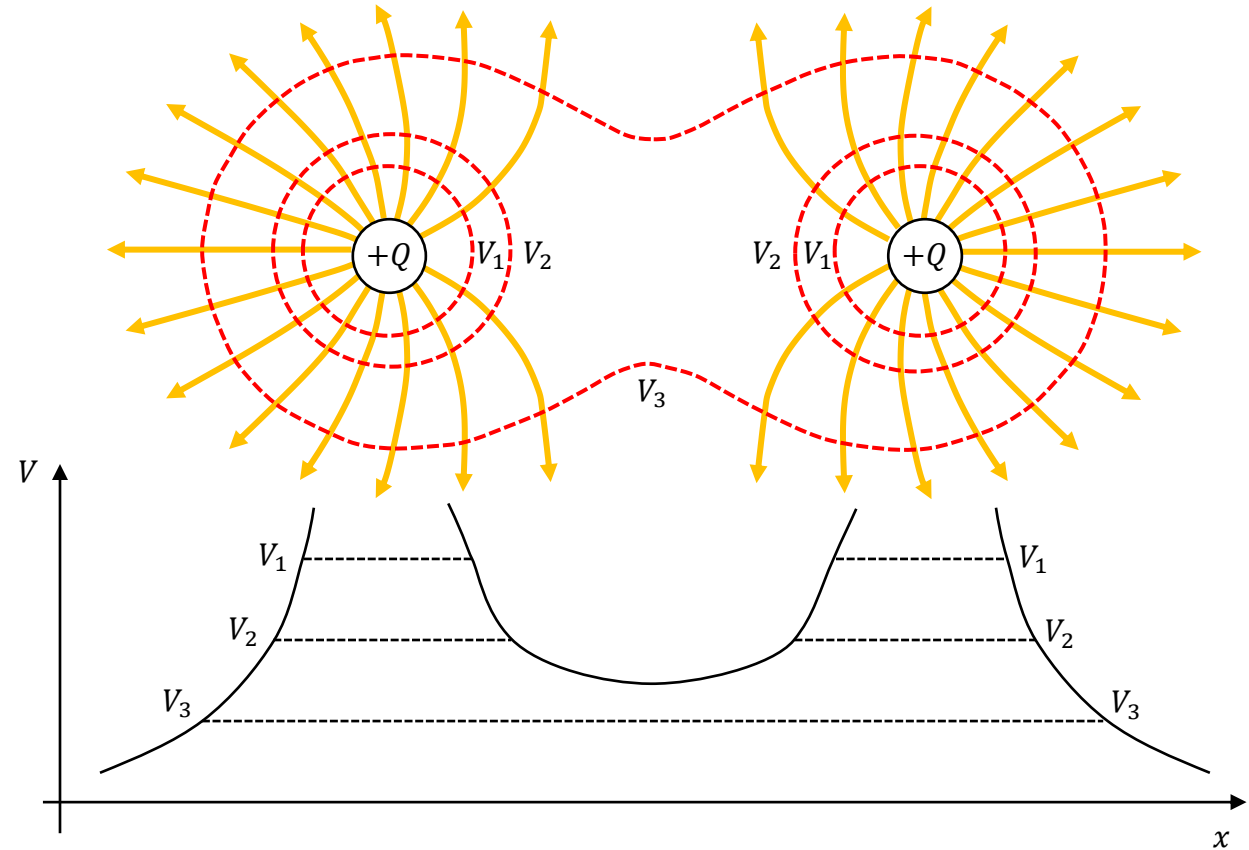
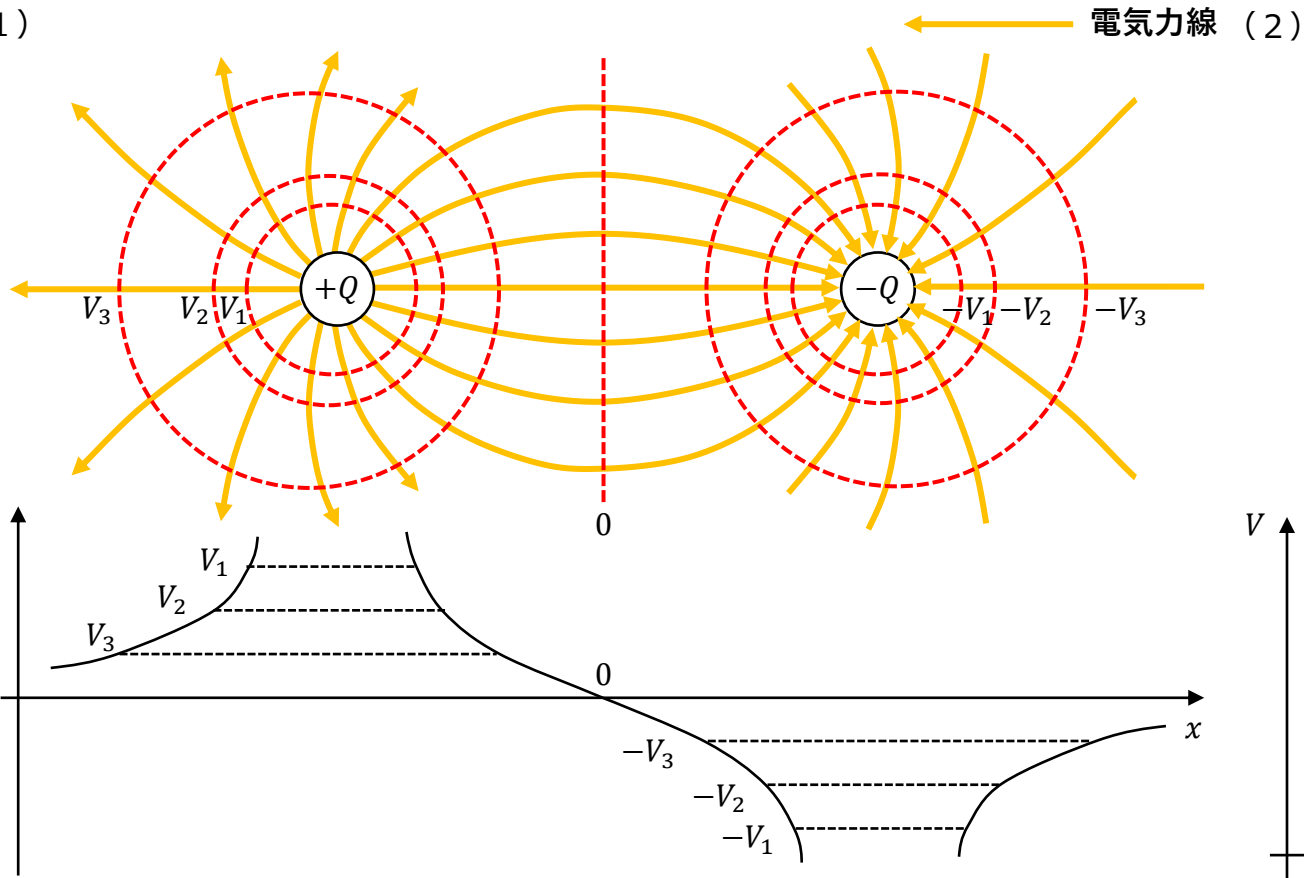
(1)



演習問題 I (解答)

以下の2つの電荷により生じる等電位線を描け。

(1)

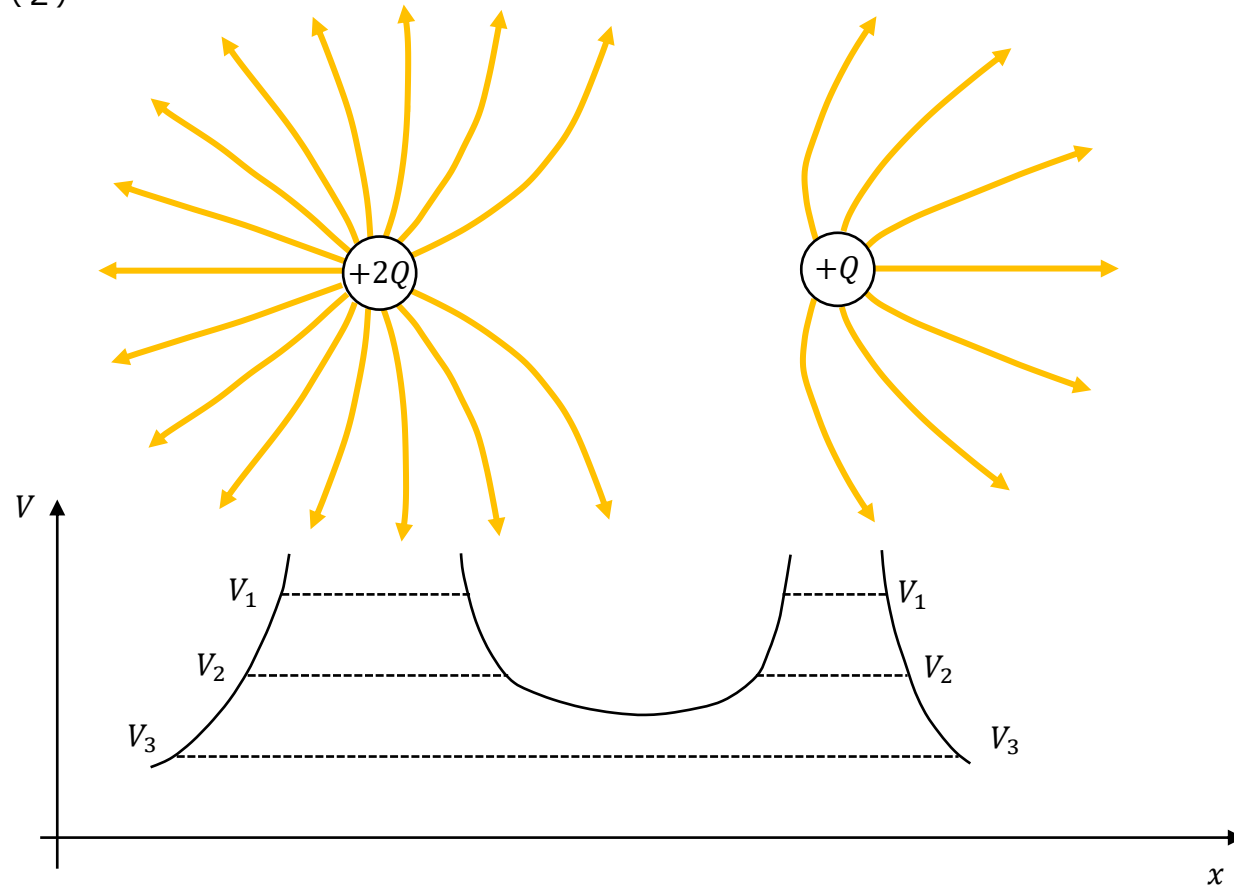
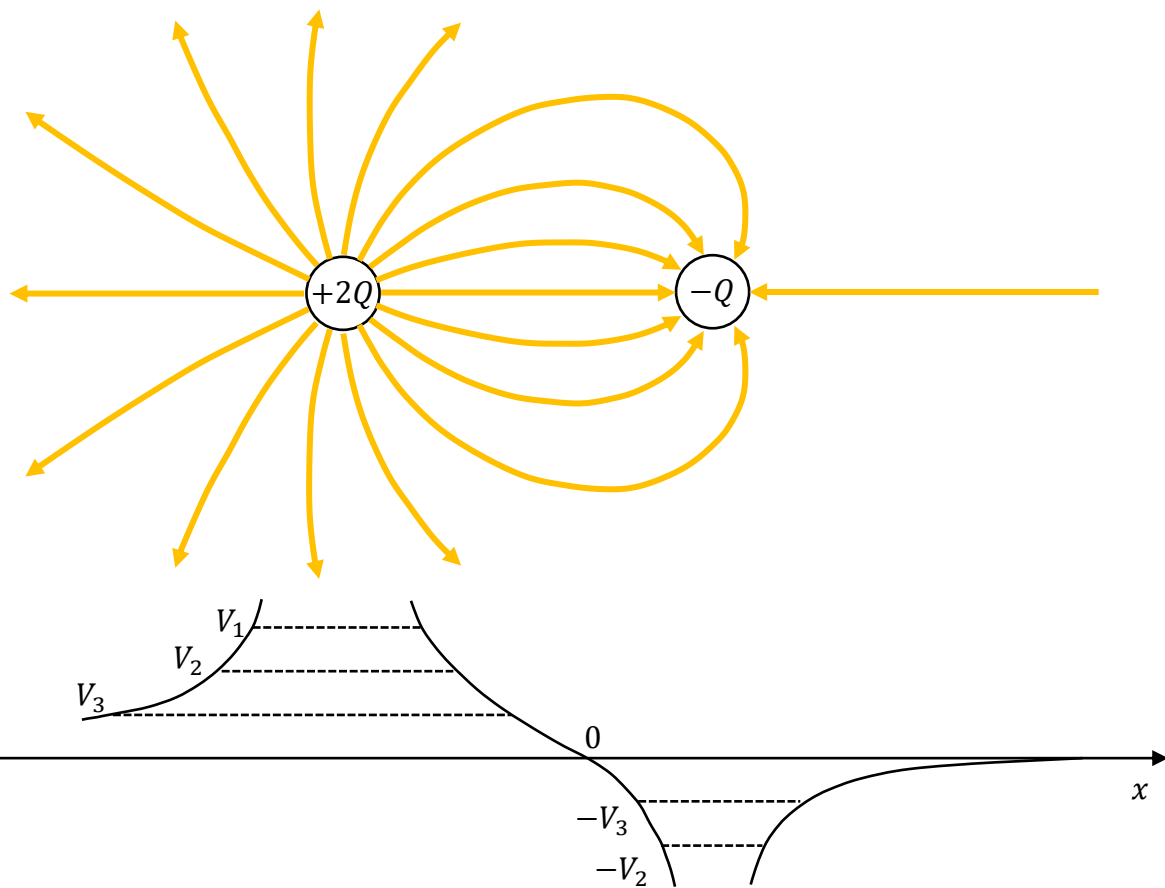


演習問題2

以下の2つの電荷により生じる等電位線を描け。

(1)

← 電気力線 (2)

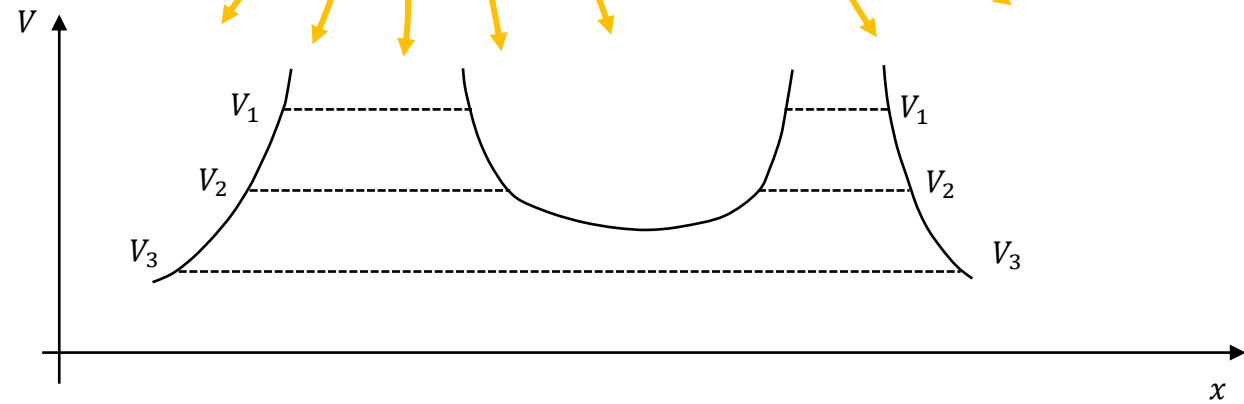
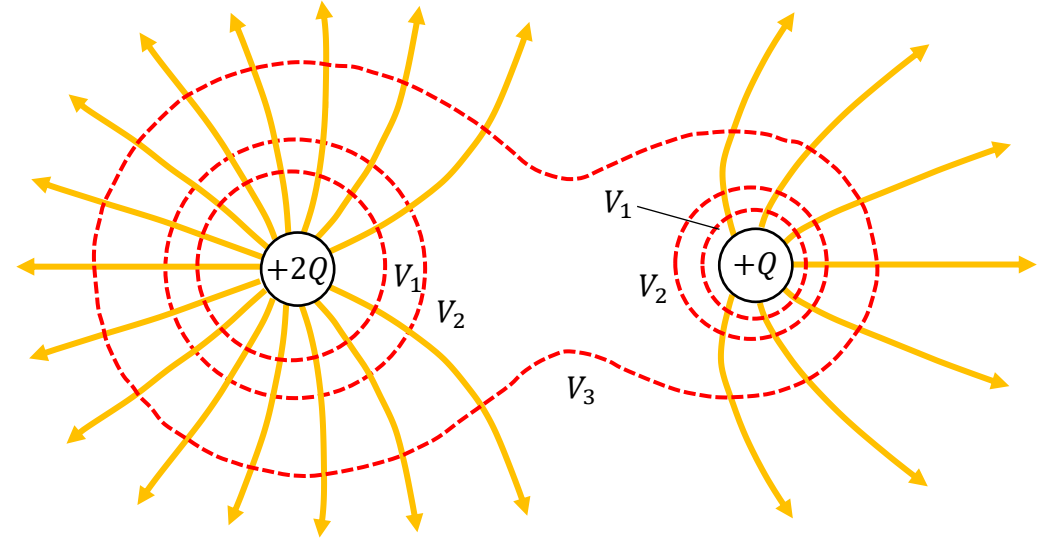
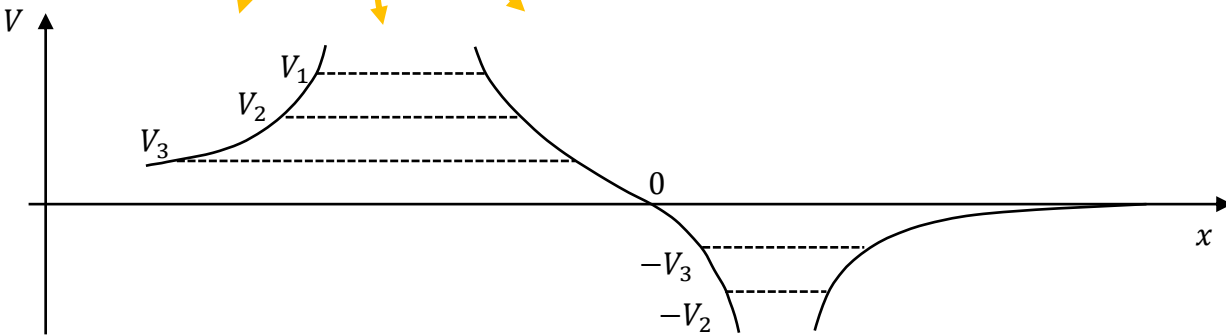
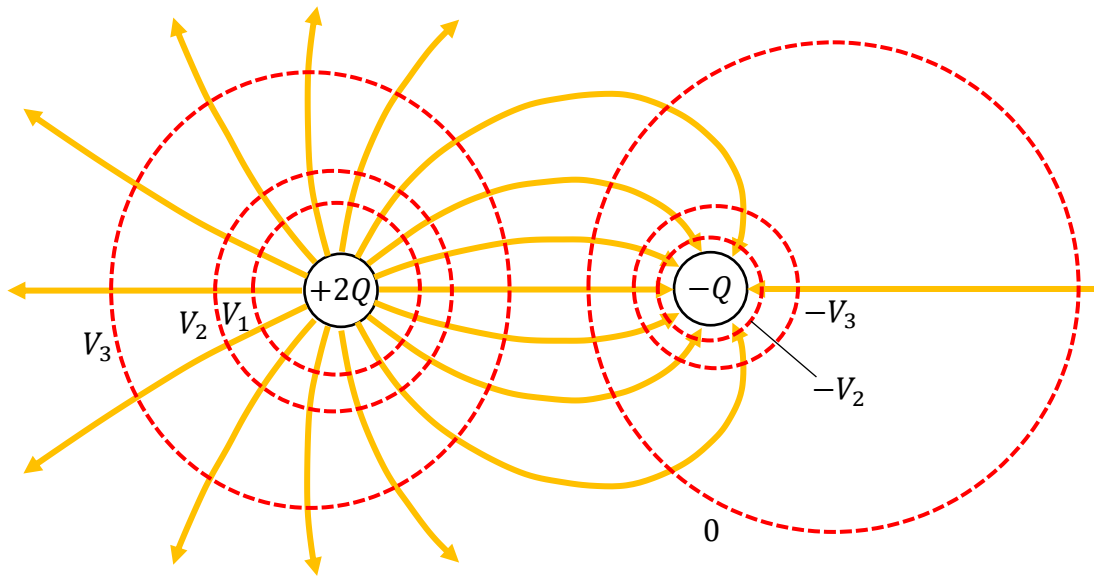


演習問題2 (解答)

以下の2つの電荷により生じる等電位線を描け。

(1)

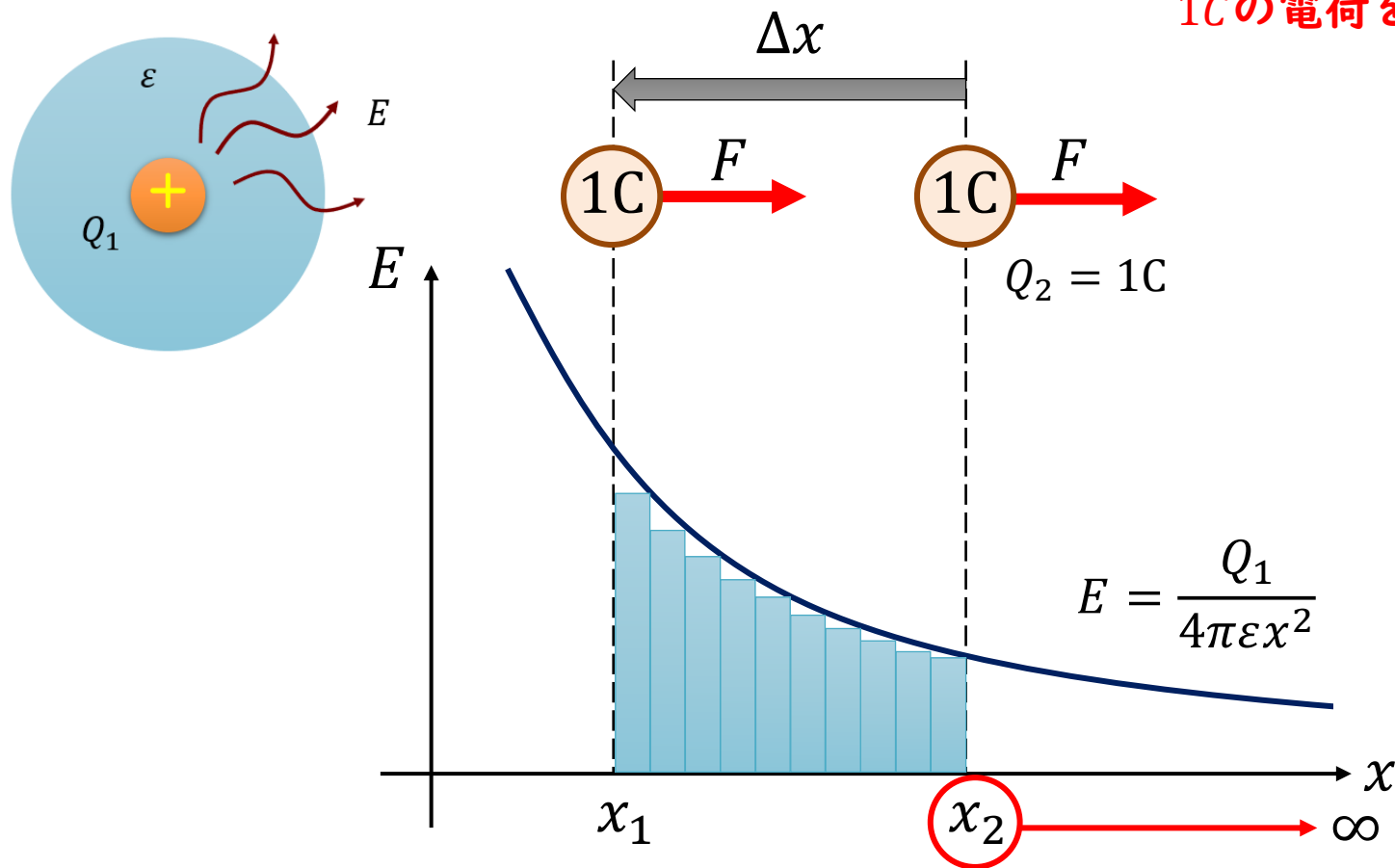
← 電気力線 (2)



仕事と電位

仕事 $W = F \cdot \Delta x \rightarrow W = Q_2 E \cdot \Delta x$ 電位 $V = E \cdot \Delta x$

1Cの電荷を移動させるときに発生する仕事



$$V = E(x) \cdot \Delta x$$

$$V = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon} \left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right)$$

$$V = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon x_1}$$

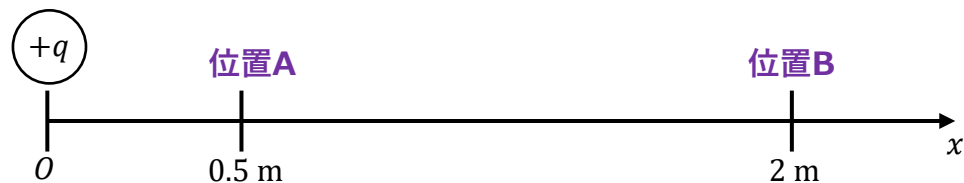
x_2 は無限遠とする
 $\frac{1}{x_2} \rightarrow \frac{1}{\infty} \rightarrow 0$

電位とは、電荷 Q_1 が位置 x_1 で有する
(無限遠を基準とした)

位置エネルギー

演習問題3

以下の図のように原点 O に電荷 q [C]を配置したとき、各問に答えよ。なお、電位の基準点は無限遠とし、空間の誘電率は ϵ_0 とする。



- (1) 位置Aの電界 E_A と電位 V_A を表す式を示せ。 (2) 位置Bの電界 E_B と電位 V_B を表す式を示せ。

Ans. $E_A =$ $V_A =$

Ans. $E_B =$ $V_B =$

- (3) 位置AとBの間に生じる電位差 V_{BA} を表す式を示せ。ここで電位差 V_{BA} とは、1Cの電荷を位置BからAに移動させるときに生じる仕事と考える。

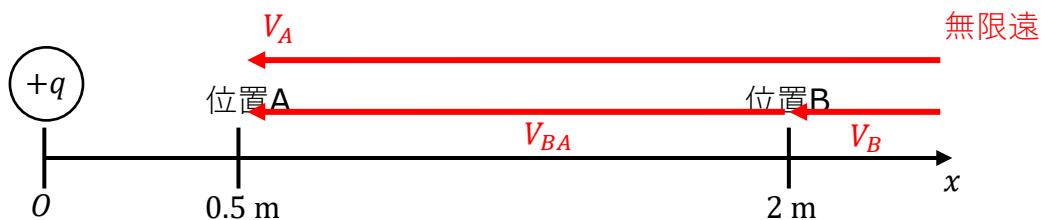
Ans. $V_{BA} =$

- (4) 電荷を3倍にしたとき、電位差 V'_{BA} を表す式を示せ。

Ans. $V'_{BA} =$

演習問題3 (解答)

以下の図のように原点 O に電荷 q [C]を配置したとき、各問に答えよ。なお、電位の基準点は無限遠とし、空間の誘電率は ϵ_0 とする。



(1) 位置Aの電界 E_A と電位 V_A を表す式を示せ。

$$E_A = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 0.5^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 0.25} = \frac{q}{\pi\epsilon_0} \times 2^2 = \frac{q}{\pi\epsilon_0}$$

$$V_A = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 0.5} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \times 2 = \frac{q}{2\pi\epsilon_0}$$

Ans. $E_A = \frac{q}{\pi\epsilon_0}$ $V_A = \frac{q}{2\pi\epsilon_0}$

(2) 位置Bの電界 E_B と電位 V_B を表す式を示せ。

$$E_B = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 2^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 4} = \frac{q}{16\pi\epsilon_0}$$

$$V_B = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 2} = \frac{q}{8\pi\epsilon_0}$$

Ans. $E_B = \frac{q}{16\pi\epsilon_0}$ $V_B = \frac{q}{8\pi\epsilon_0}$

(3) 位置AとBの間に生じる電位差 V_{BA} を表す式を示せ。ここで電位差 V_{BA} とは、1Cの電荷を位置BからAに移動させるときに生じる仕事と考える。

$$V_{BA} = V_A - V_B = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} - \frac{q}{8\pi\epsilon_0} = \frac{q}{\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{8} \right) = \frac{q}{\pi\epsilon_0} \times \frac{3}{8} = \frac{3q}{8\pi\epsilon_0}$$

Ans. $V_{BA} = \frac{3q}{8\pi\epsilon_0}$

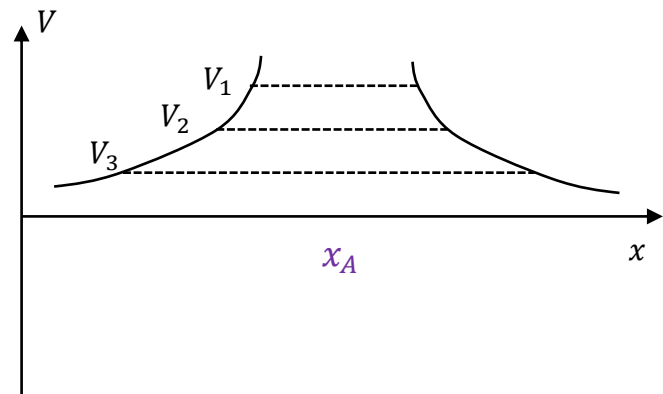
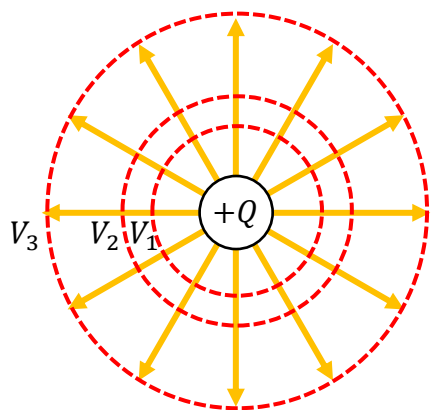
(4) 電荷を3倍にしたとき、電位差 V'_{BA} を表す式を示せ。

$$V'_{BA} = \frac{3 \times (3q)}{8\pi\epsilon_0} = \frac{9q}{8\pi\epsilon_0}$$

Ans. $V'_{BA} = \frac{9q}{8\pi\epsilon_0}$

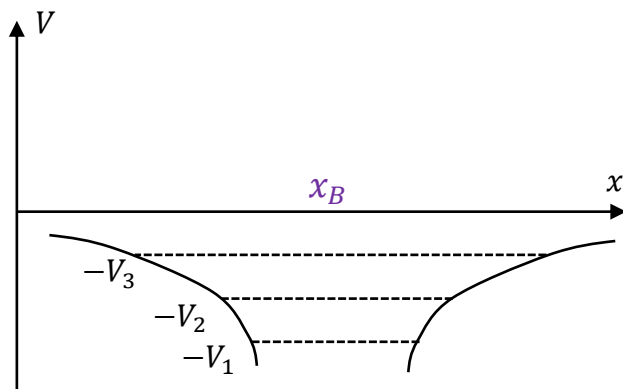
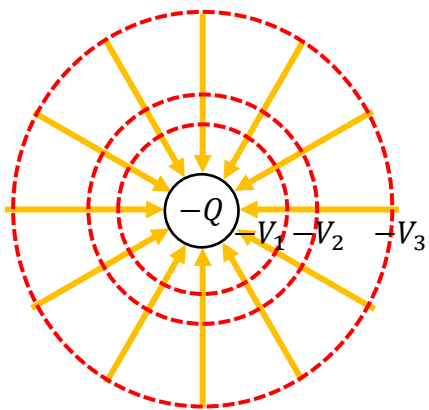
複数の点電荷が作る電位

x_A にある電荷 $+Q$ が
位置 x に作る電位 V_A



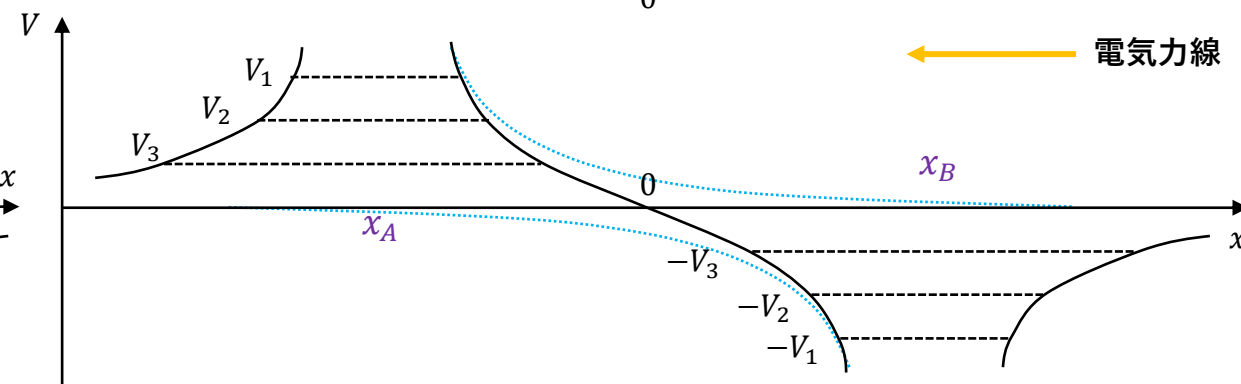
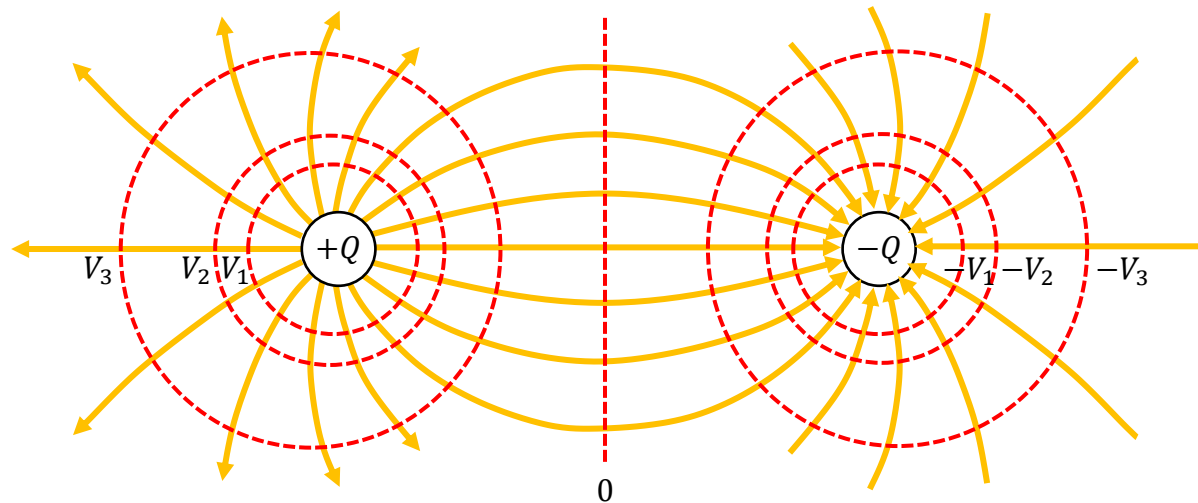
$$V_A = + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0(x - x_A)}$$

x_B にある電荷 $-Q$ が
位置 x に作る電位 V_B



$$V_B = - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0(x - x_B)}$$

x_A にある電荷 $+Q$ と x_B にある電荷 $-Q$ が
位置 x に作る電位 $\rightarrow V_A + V_B$



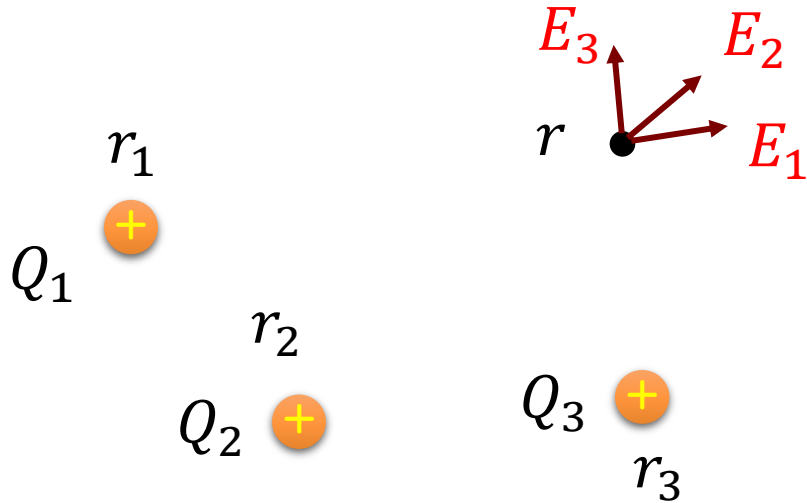
$$V_A + V_B = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0(x - x_A)} - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0(x - x_B)}$$

電界と電位の計算の違い

複数の電荷が作る電界

$$E = E_1 + E_2 + E_3 + \dots$$

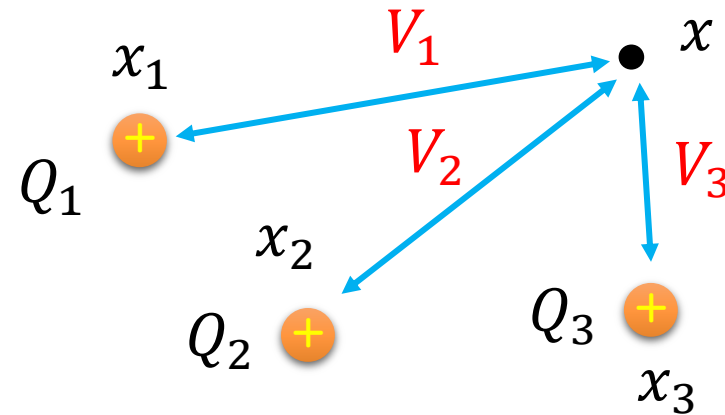
$$= \frac{Q_1}{4\pi\epsilon(\vec{r} - \vec{r}_1)^2} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon(\vec{r} - \vec{r}_2)^2} + \frac{Q_3}{4\pi\epsilon(\vec{r} - \vec{r}_3)^2} + \dots$$



複数の電荷が作る電位

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + \dots$$

$$= \frac{Q_1}{4\pi\epsilon(x - x_1)} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon(x - x_2)} + \frac{Q_3}{4\pi\epsilon(x - x_3)} + \dots$$



電界は各点電荷が作る電界のベクトル和

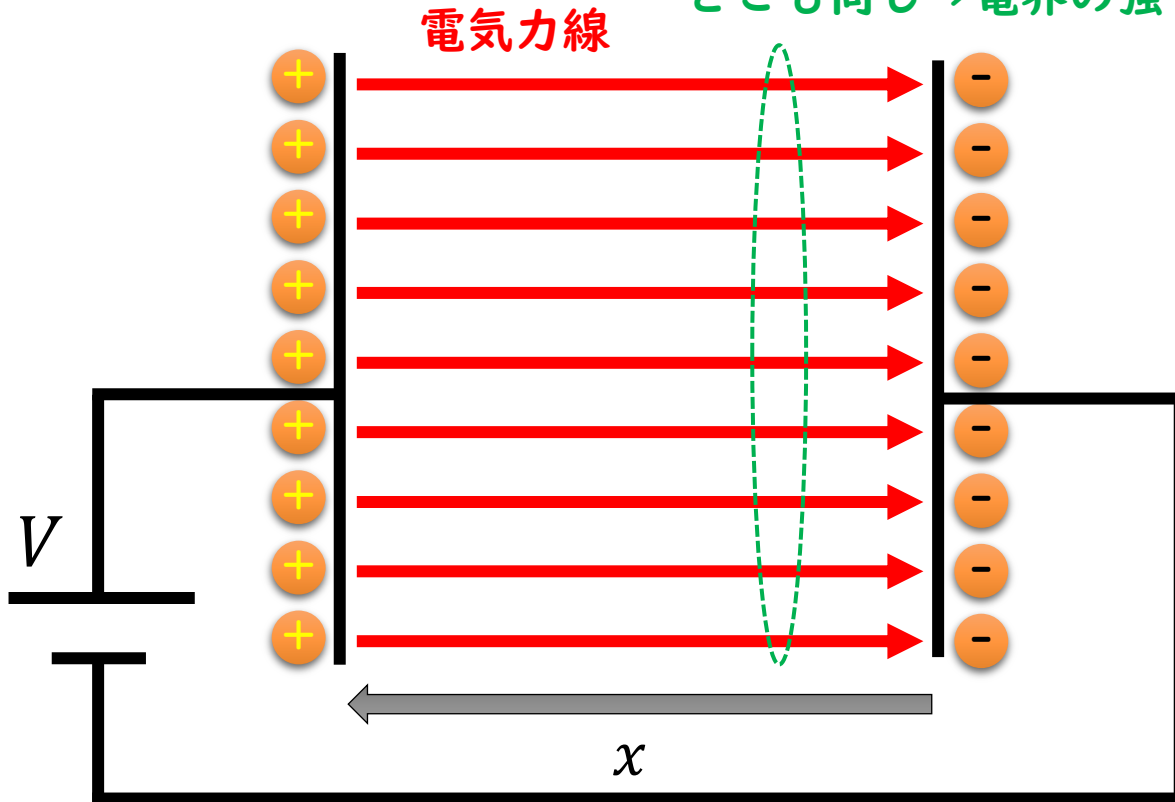
電位は各点電荷が作る電位のスカラー和
(ただの足算)

電位を表す式（平板電極）

電位 $W = F \cdot \Delta x \rightarrow W = Q_2 E \cdot \Delta x$ $V = E \cdot \Delta x$

1Cの電荷を移動させるときに発生する仕事

電気力線の向きと密度が
どこも同じ→電界の強さは一様



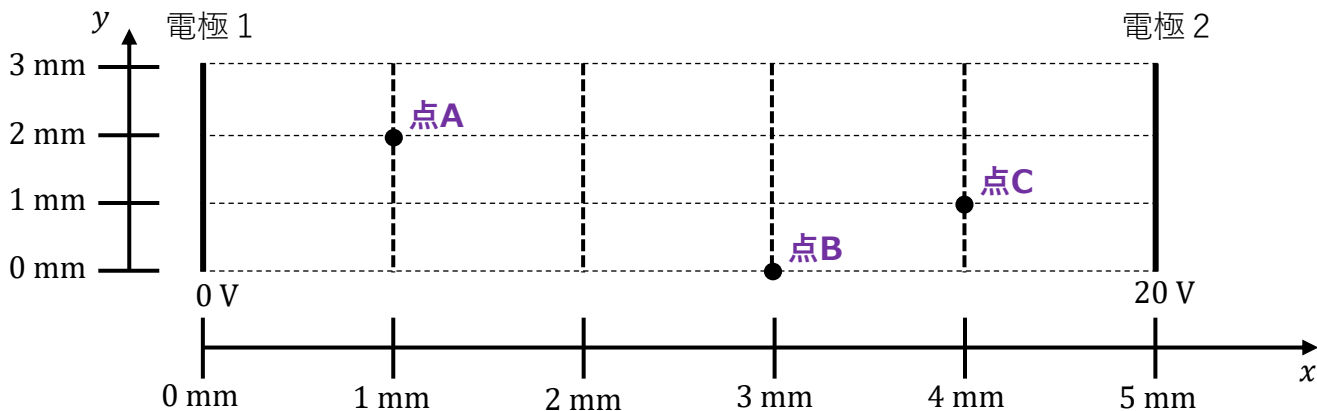
$$V = E(x) \cdot \Delta x$$

$$V = E x$$

外部から仕事 V を平板電極に与える
ことで、平板電極に電荷を集め、
電極内部に電界 E を発生させること
ができる。

演習問題4

以下の図のように電極1と電極2からなる平板コンデンサを考える。電極1の電位を0V、電極2の電位を20Vとしたとき、各問に答えよ。



- (1) 電極1と電極2の間に生じる電界の強さ E を求めよ。
ここで、平板電極間の電界 E はその間の電位差 V と電極間距離 d で決まり、 $E = V/d$ で表されるものとする。

Ans. $E =$ _____

- (2) 位置Aの電位を求めよ。
ここで、平板電極内の電位 V_x は電極1からの距離を x とすると、 $V_x = Ex$ で表されるものとする。

Ans. $V_A =$ _____

- (3) 位置Bの電位を求めよ。
ここで、平板電極内の電位 V_x は電極1からの距離を x とすると、 $V_x = Ex$ で表されるものとする。

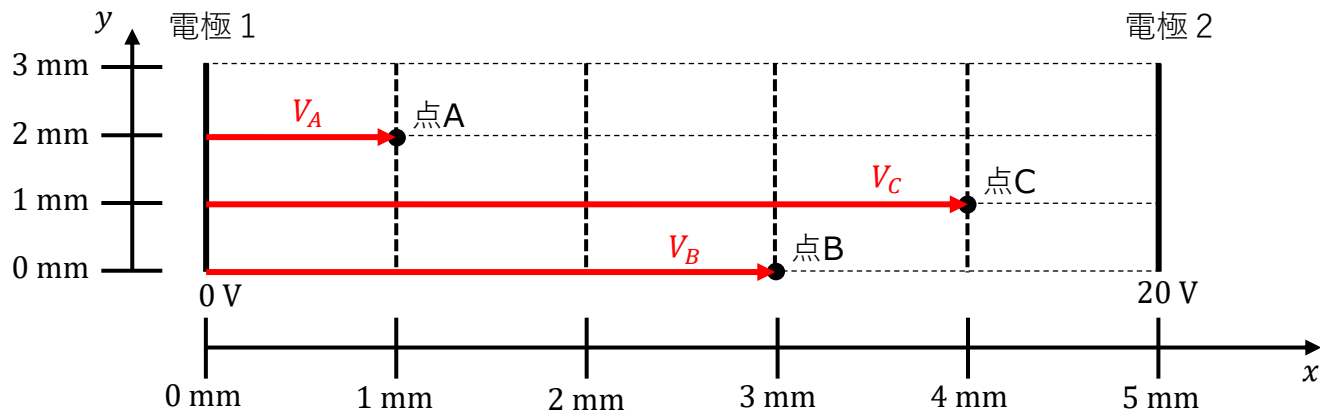
Ans. $V_B =$ _____

- (4) 位置Cの電位を求めよ。
ここで、平板電極内の電位 V_x は電極1からの距離を x とすると、 $V_x = Ex$ で表されるものとする。

Ans. $V_C =$ _____

演習問題4 (解答)

以下の図のように電極1と電極2からなる平板コンデンサを考える。電極1の電位を0V、電極2の電位を20Vとしたとき、各問に答えよ。



- (1) 電極1と電極2の間に生じる電界の強さ E を求めよ。
ここで、平板電極間の電界 E はその間の電位差 V と電極間距離 d で決まり、 $E = V/d$ で表されるものとする。

$$V_{12} = 20\text{V}$$

$$E = \frac{20}{5} = 4\text{V/mm}$$

Ans. $E = 4\text{V/mm}$

- (2) 位置Aの電位を求めよ。
ここで、平板電極内の電位 V_x はの電極1からの距離を x とすると、 $V_x = Ex$ で表されるものとする。

$$V_A = Ex = 4 \times 1 = 4$$

Ans. $V_A = 4\text{V}$

- (3) 位置Bの電位を求めよ。
ここで、平板電極内の電位 V_x はの電極1からの距離を x とすると、 $V_x = Ex$ で表されるものとする。

$$V_B = Ex = 4 \times 3 = 12$$

Ans. $V_B = 12\text{V}$

- (4) 位置Cの電位を求めよ。
ここで、平板電極内の電位 V_x はの電極1からの距離を x とすると、 $V_x = Ex$ で表されるものとする。

$$V_C = Ex = 4 \times 4 = 16$$

Ans. $V_C = 16\text{V}$

ご聴講ありがとうございました
ございました!!