

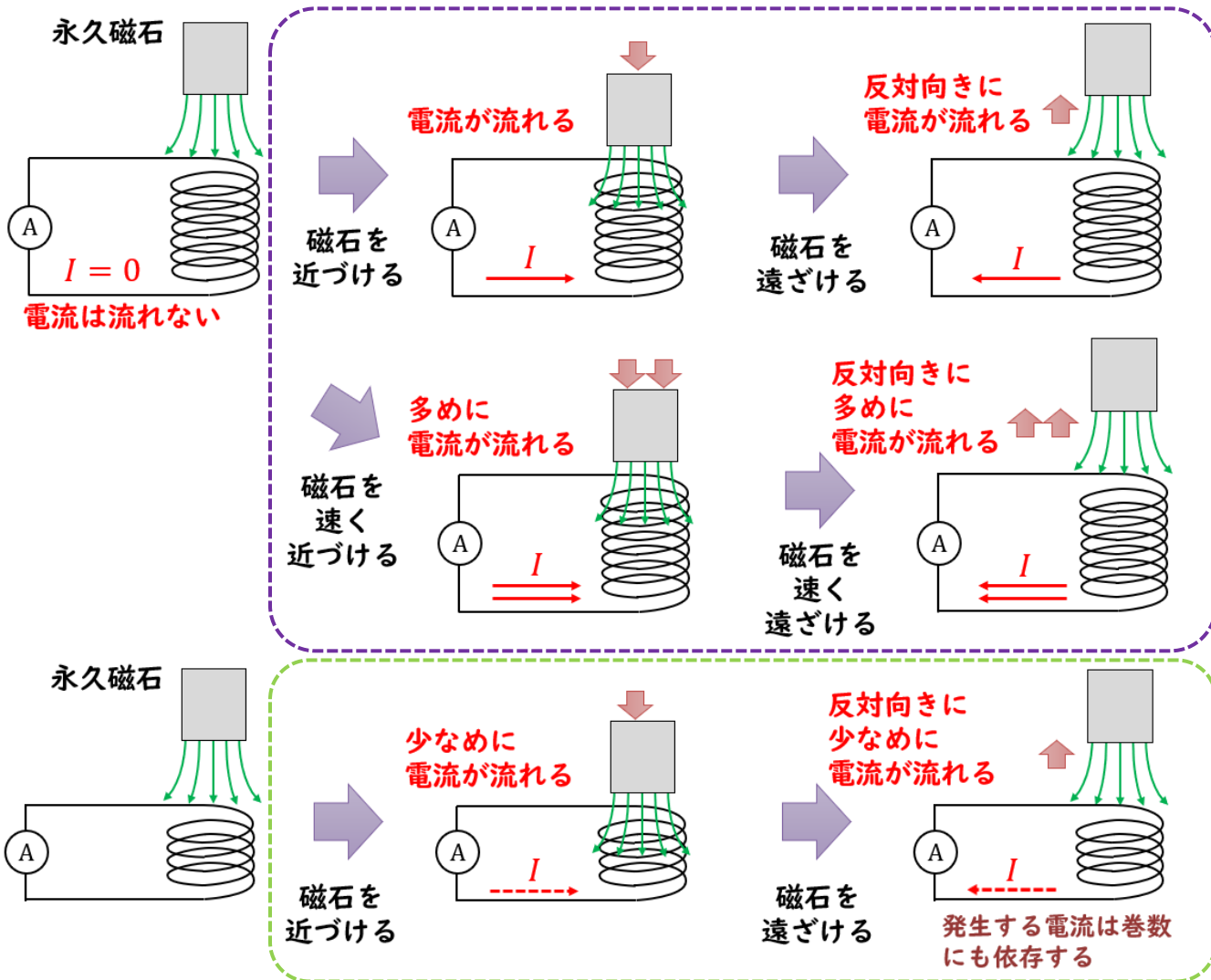
電験どうでしょう管理人
KWG presents

電験オンライン塾

第7回 電磁気学 演習
~インダクタンス~

2023.06.18 Sun

電磁誘導 (ファラデーの法則)



コイルに発生する電流は
 (1) 磁束の時間変化に依存する
 (2) コイルの巻数に依存する

ファラデーの法則

回路に生じる誘導起電力の大きさはその回路を貫く磁束の変化の割合に比例する

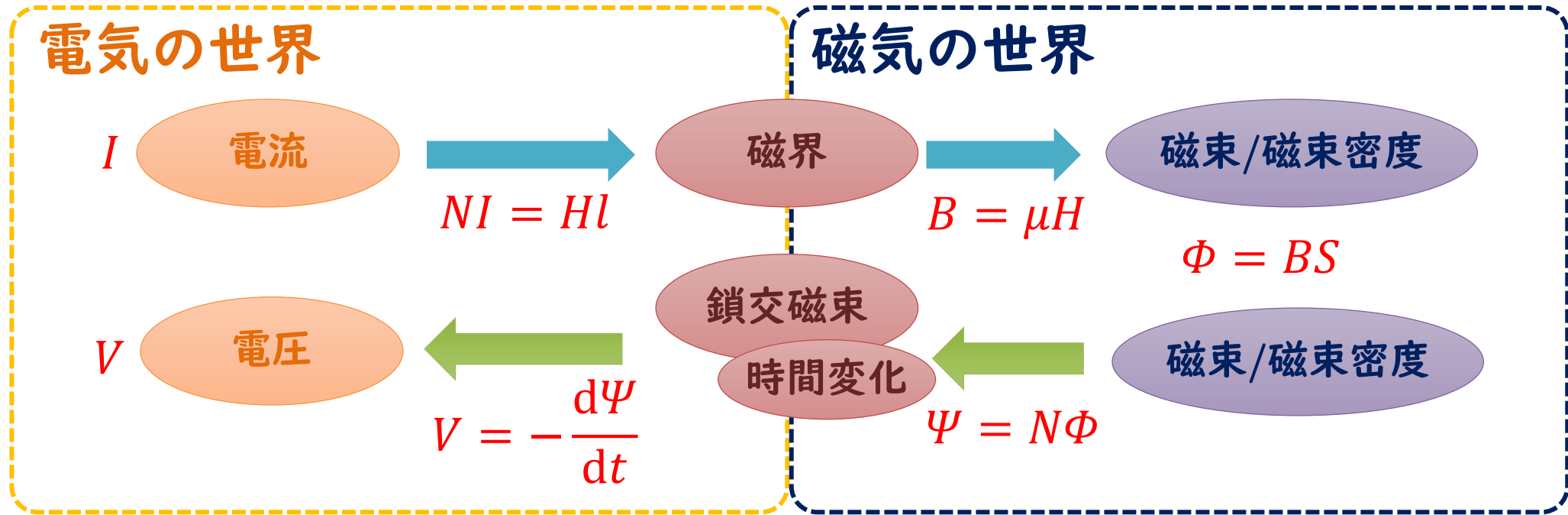
$$V = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{\Delta\Psi}{\Delta t} \quad \Psi: \text{鎖交磁束}$$

※磁束の変化を妨げる向きに電圧が発生する
 (レンツの法則)

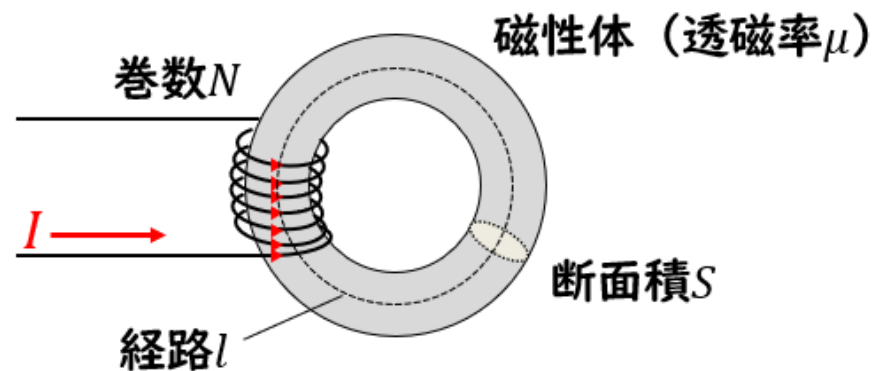
磁石を近づけるときの: 磁石の磁束と逆向き
 磁石を遠ざけるときの: 磁石の磁束と同じ向き

cf. 一般式で表すと $V = -N \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Psi}{dt}$

電流と磁束の関係 (まとめ)



環状ソレノイドを例に式で表現



電流 → 磁束

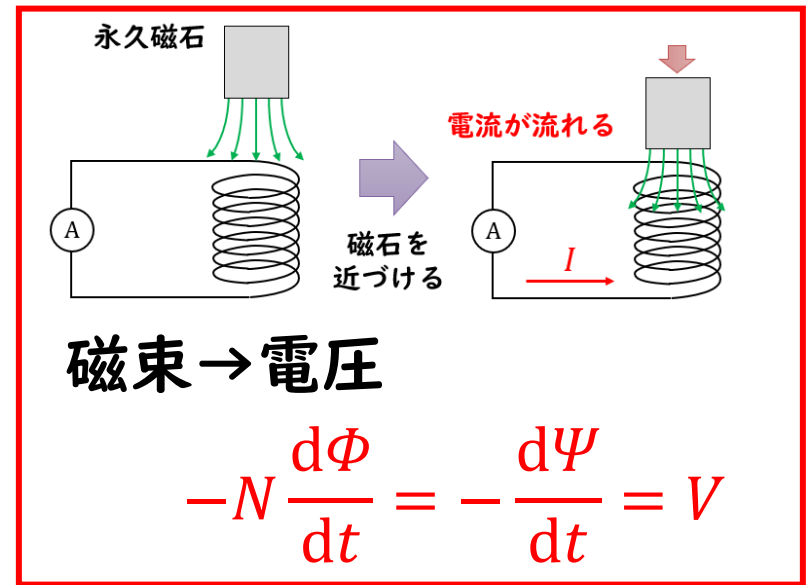
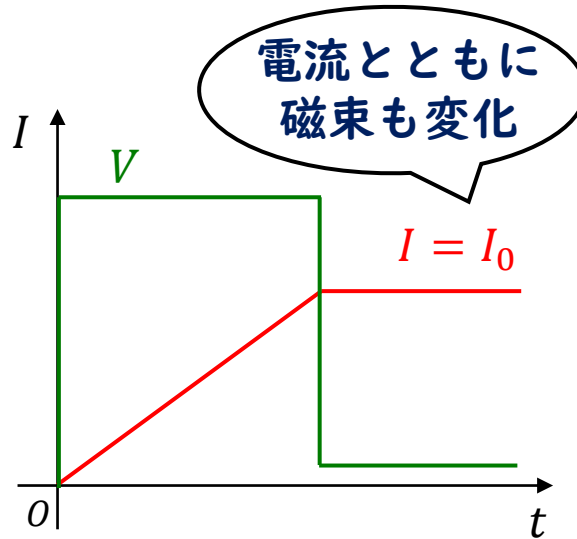
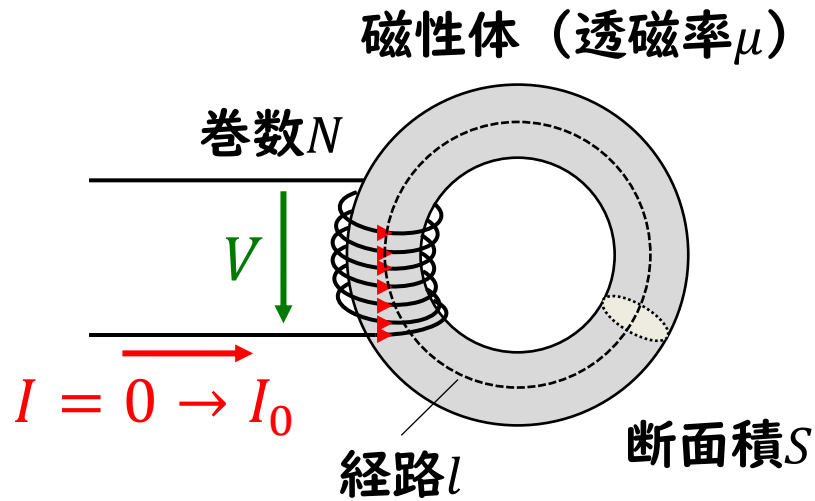
$$NI = \frac{l}{\mu S} \Phi = R_m \Phi$$

磁束 → 電圧

$$-N \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Psi}{dt} = V$$

R_m : 磁気抵抗

自己インダクタンス



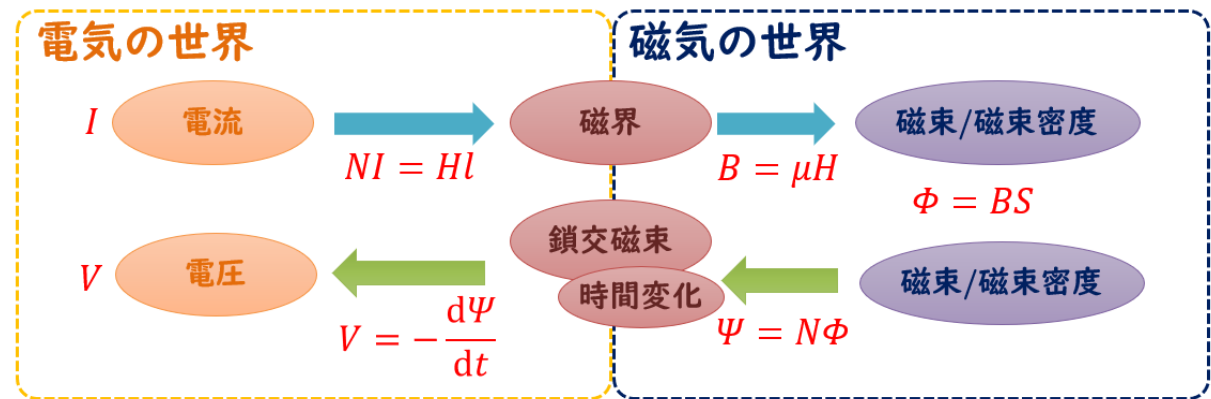
電流が変化する場合でも、
電磁誘導が起こり電圧が発生する

$$-N \frac{d\Phi}{dt} = -N \frac{d}{dt} \left(\frac{\mu S}{l} NI \right) = -N \frac{\mu S}{l} N \frac{dI}{dt}$$

$$-\frac{N^2}{R_m} \frac{dI}{dt} = V \rightarrow V = L \frac{dI}{dt}$$

L : 自己インダクタンス[H]

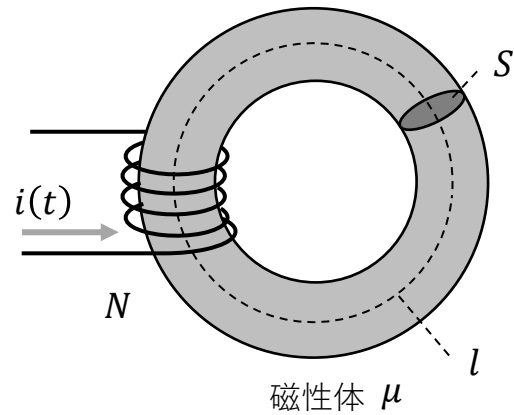
$$L = \frac{N^2}{R_m}$$



電流の流れを妨げるもの (インピーダンス) と考えるので
マイナス符号はとる

演習問題 I

磁気回路に関する以下の問に答えよ。



$$N = 500$$

$$S = 0.3 \text{ m}^2$$

$$l = 1.44 \text{ m}$$

$$\mu = 1.2 \times 10^{-3} \text{ H/m}$$

- (1) 磁性体の磁気抵抗 R_m を求めよ。 (2) 磁性体の自己インダクタンス L を求めよ。 (3) 導体に流れる電流が3秒間で12 A変化した。このとき巻線の両端に発生する誘導起電力 E を求めよ。

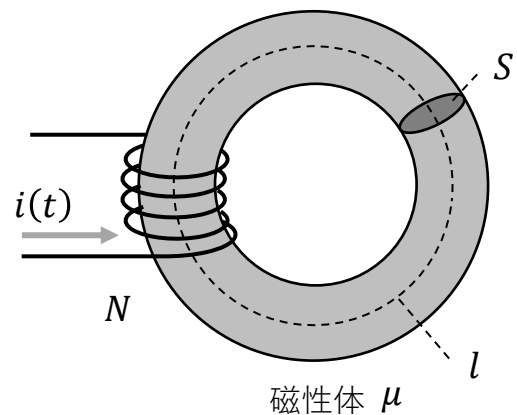
Ans. $R_m =$ _____

Ans. $L =$ _____

Ans. $E =$ _____

演習問題 I

磁気回路に関する以下の問に答えよ。



$$\begin{aligned} N &= 500 \\ S &= 0.3 \text{ m}^2 \\ l &= 1.44 \text{ m} \\ \mu &= 1.2 \times 10^{-3} \text{ H/m} \end{aligned}$$

磁気抵抗の公式

$$R_m = \frac{l}{\mu S}$$

自己インダクタンスの公式

$$L = \frac{N^2}{R_m}$$

- (1) 磁性体の磁気抵抗 R_m を求めよ。 (2) 磁性体の自己インダクタンス L を求めよ。 (3) 導体に流れる電流が3秒間で12 A変化した。このとき巻線の両端に発生する誘導起電力 E を求めよ。

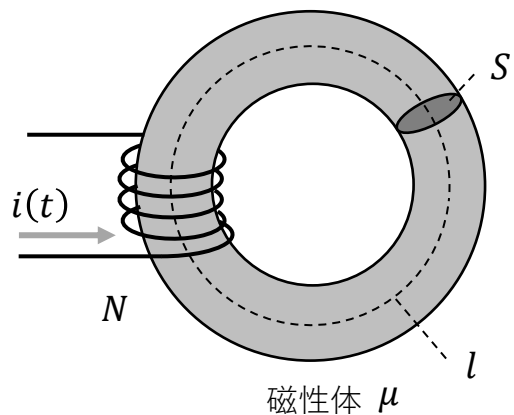
Ans. $R_m =$ _____

Ans. $L =$ _____

Ans. $E =$ _____

演習問題I (解答)

磁気回路に関する以下の問に答えよ。



$$\begin{aligned} N &= 500 \\ S &= 0.3 \text{ m}^2 \\ l &= 1.44 \text{ m} \\ \mu &= 1.2 \times 10^{-3} \text{ H/m} \end{aligned}$$

磁気抵抗の公式

$$R_m = \frac{l}{\mu S}$$

自己インダクタンスの公式

$$L = \frac{N^2}{R_m}$$

(1) 磁性体の磁気抵抗 R_m を求めよ。

$$\begin{aligned} R_m &= \frac{l}{\mu S} = \frac{1.44}{1.2 \times 10^{-3} \times 0.3} \\ &= \frac{4}{10^{-3}} = 4 \times 10^3 \text{ H}^{-1} \end{aligned}$$

Ans. $R_m = 4 \times 10^3 \text{ H}^{-1}$

(2) 磁性体の自己インダクタンス L を求めよ。

$$L = \frac{N^2}{R_m} = \frac{500^2}{4 \times 10^3} = 62.5 \text{ H}$$

Ans. $L = 62.5 \text{ H}$

(3) 導体に流れる電流が3秒間で12 A変化した。このとき巻線の両端に発生する誘導起電力 E を求めよ。

$$E = L \frac{\Delta i}{\Delta t} = 62.5 \times \frac{12}{3} = 250 \text{ V}$$

Ans. $E = 250 \text{ V}$

演習問題2

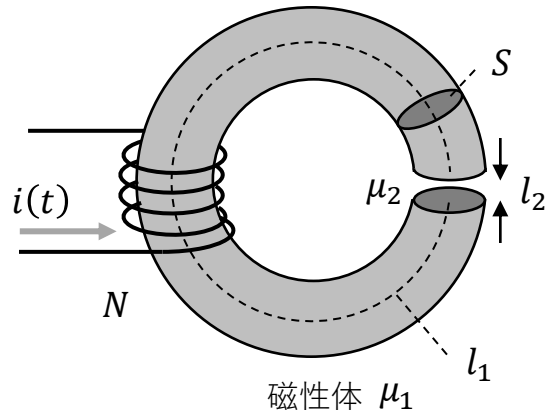
磁気抵抗の公式 $R_m = \frac{l}{\mu S}$

自己インダクタンスの公式 $L = \frac{N^2}{R_m}$



磁気回路に関する以下の問に答えよ。

(1) 磁性体の磁気抵抗 R_m を求めよ。



$$N = 400$$
$$S = 0.25 \text{ m}^2$$

$$l_1 = 0.18 \text{ m}$$
$$\mu_1 = 3.0 \times 10^{-3} \text{ H/m}$$
$$l_2 = 0.001 \text{ m}$$
$$\mu_2 = 1.25 \times 10^{-6} \text{ H/m}$$

磁性体 μ_1

Ans. $R_m =$ _____

(2) 磁性体の自己インダクタンス L を求めよ。

(3) 導体に流れる電流が4秒間で9 A変化した。
このとき巻線の両端に発生する誘導起電力 E を求めよ。

Ans. $L =$ _____

Ans. $E =$ _____

演習問題2 (解答)

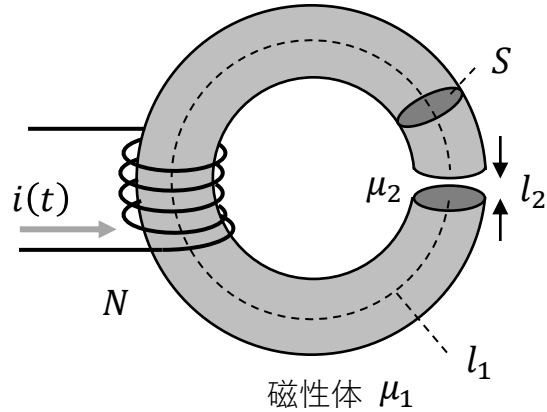
磁気抵抗の公式 $R_m = \frac{l}{\mu S}$

自己インダクタンスの公式 $L = \frac{N^2}{R_m}$



磁気回路に関する以下の問に答えよ。

(1) 磁性体の磁気抵抗 R_m を求めよ。



$$N = 400$$
$$S = 0.25 \text{ m}^2$$

$$l_1 = 0.18 \text{ m}$$
$$\mu_1 = 3.0 \times 10^{-3} \text{ H/m}$$
$$l_2 = 0.001 \text{ m}$$
$$\mu_2 = 1.25 \times 10^{-6} \text{ H/m}$$

$$R_{m1} = \frac{l_1}{\mu_1 S_1} = \frac{0.18}{3.0 \times 10^{-3} \times 0.25}$$
$$= \frac{0.24}{10^{-3}} = 2.4 \times 10^2 \text{ H}^{-1}$$

$$R_m = R_{m1} + R_{m2}$$
$$= 2.4 \times 10^2 + 3.2 \times 10^3$$
$$= 3.44 \times 10^3$$

$$R_{m2} = \frac{l_2}{\mu_2 S_2} = \frac{0.001}{1.25 \times 10^{-6} \times 0.25}$$
$$= \frac{0.0032}{10^{-6}} = 3.2 \times 10^3 \text{ H}^{-1}$$

Ans. $R_m = 3.44 \times 10^3 \text{ H}^{-1}$

(2) 磁性体の自己インダクタンス L を求めよ。

(3) 導体に流れる電流が4秒間で9 A変化した。
このとき巻線の両端に発生する誘導起電力 E を求めよ。

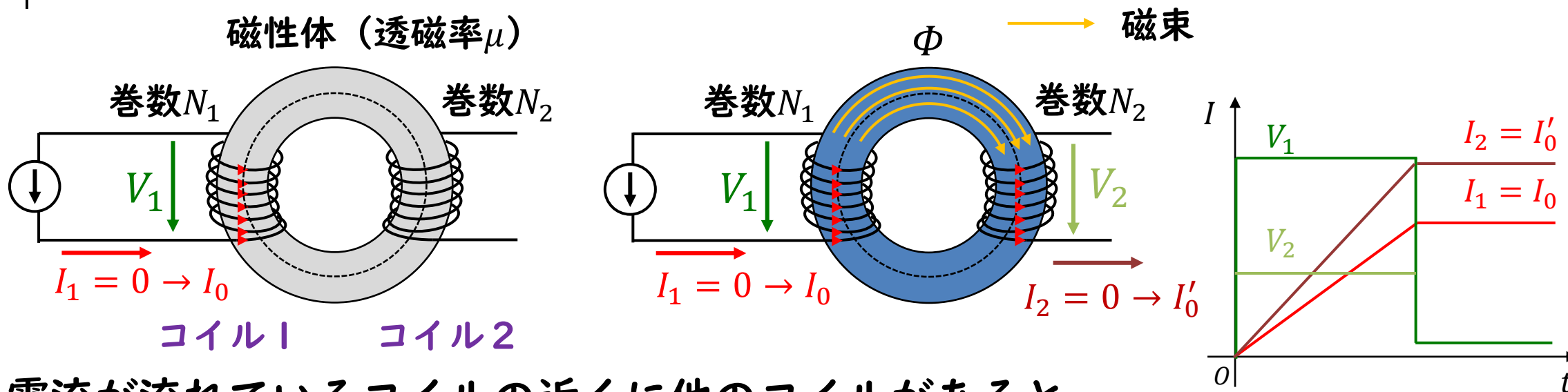
$$L = \frac{N^2}{R_m} = \frac{400^2}{3.44 \times 10^3} = 46.5 \text{ H}$$

$$E = L \frac{\Delta I}{\Delta t} = 46.5 \times \frac{9}{4} = 105 \text{ V}$$

Ans. $L = 46.5 \text{ H}$

Ans. $E = 105 \text{ V}$

相互インダクタンス



電流が流れているコイルの近くに他のコイルがあると、そのコイルでも電磁誘導が発生し電流が流れる。

コイル1で発生する電圧 V_1 は

$$V_1 = L_1 \frac{dI_1}{dt}$$

L_1 : コイル1の自己インダクタンス

コイル2で発生する電圧 V_2 は

$$V_2 = M \frac{dI_1}{dt} \quad M = k\sqrt{L_1 L_2} \quad k : \text{結合定数}$$

M : コイル1とコイル2の相互インダクタンス

L_2 : コイル2の自己インダクタンス

演習問題3

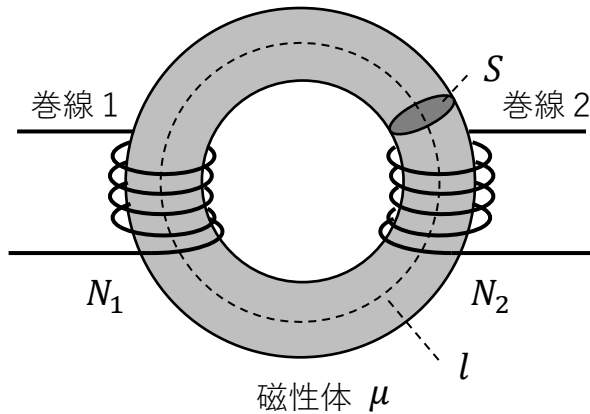
磁気抵抗の公式 $R_m = \frac{l}{\mu S}$

自己インダクタンスの公式 $L = \frac{N^2}{R_m}$



磁気回路に関する以下の問に答えよ。

(1) 磁性体の磁気抵抗 R_m を求めよ。



$$N_1 = 150$$

$$N_2 = 30$$

$$S = 0.25 \text{ m}^2$$

$$l = 0.6 \text{ m}$$

$$\mu = 8.0 \times 10^{-3} \text{ H/m}$$

Ans. $R_m =$ _____

(2) 巻線1からみた磁性体の自己インダクタンス L_1 を求めよ。

(4) 結合係数 $k = 0.8$ のときの相互インダクタンス M を求めよ。

Ans. $L_1 =$ _____

(3) 巻線2からみた磁性体の自己インダクタンス L_2 を求めよ。

Ans. $M =$ _____

Ans. $L_2 =$ _____

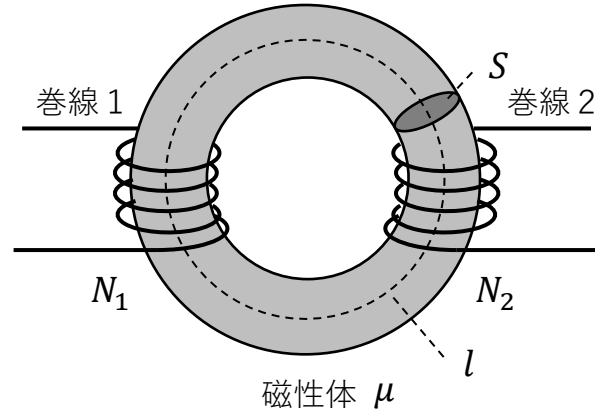
演習問題3 (解答)

磁気抵抗の公式 $R_m = \frac{l}{\mu S}$

自己インダクタンスの公式 $L = \frac{N^2}{R_m}$



磁気回路に関する以下の問に答えよ。



$$\begin{aligned} N_1 &= 150 \\ N_2 &= 30 \\ S &= 0.25 \text{ m}^2 \\ l &= 0.6 \text{ m} \\ \mu &= 8.0 \times 10^{-3} \text{ H/m} \end{aligned}$$

(1) 磁性体の磁気抵抗 R_m を求めよ。

$$\begin{aligned} R_m &= \frac{l}{\mu S} = \frac{0.6}{8.0 \times 10^{-3} \times 0.25} \\ &= \frac{0.6}{2 \times 10^{-3}} = 3.0 \times 10^2 \text{ H}^{-1} \end{aligned}$$

Ans. $R_m = 3.0 \times 10^2 \text{ H}^{-1}$

(2) 巻線1からみた磁性体の自己インダクタンス L_1 を求めよ。

$$L_1 = \frac{N_1^2}{R_m} = \frac{150^2}{3.0 \times 10^2} = 75 \text{ H}$$

Ans. $L_1 = 75 \text{ H}$

(4) 結合係数 $k = 0.8$ のときの相互インダクタンス M を求めよ。

$$M = k\sqrt{L_1 L_2} = 0.8 \times \sqrt{75 \times 3} = 12$$

Ans. $M = 12 \text{ H}$

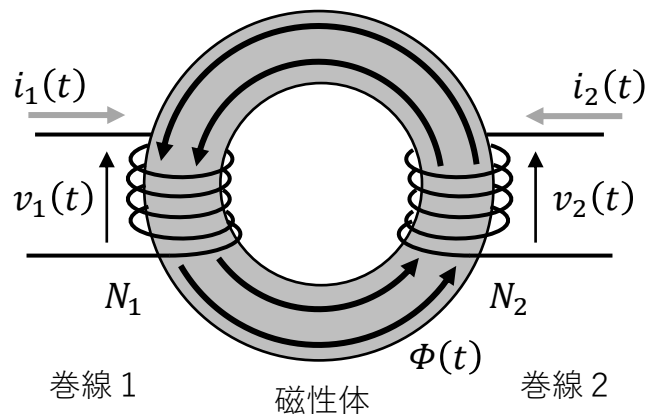
(3) 巻線2からみた磁性体の自己インダクタンス L_2 を求めよ。

$$L_2 = \frac{N_2^2}{R_m} = \frac{30^2}{3.0 \times 10^2} = 3 \text{ H}$$

Ans. $L_2 = 3 \text{ H}$

演習問題4

磁気回路に関する以下の問に答えよ。



- (1) 巻線 1 の電流 $i_1(t)$ が 4 秒間で 1 A 変化させたとき、巻線 1 の両端で誘導起電力 7 V が発生した。巻線 1 からみた磁性体の自己インダクタンス L_1 を求めよ。

Ans. $L_1 =$ _____

- (2) 巻線 2 の電流 $i_2(t)$ が 4 秒間で 8 A 変化させたとき、巻線 2 の両端で誘導起電力 14 V が発生した。巻線 2 からみた磁性体の自己インダクタンス L_2 を求めよ。

Ans. $L_2 =$ _____

- (3) 巻線 1 の電流 $i_1(t)$ が 6 秒間で 2 A 変化させたとき、巻線 2 の両端で誘導起電力 4 V が発生した。磁性体の相互インダクタンス M を求めよ。

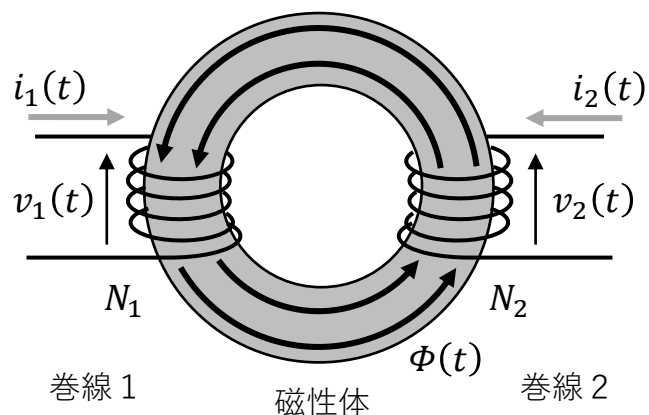
Ans. $M =$ _____

- (4) 結合係数 k を求めよ。

Ans. $k =$ _____

演習問題4 (解答)

磁気回路に関する以下の問に答えよ。



- (1) 巻線1の電流 $i_1(t)$ が4秒間で1 A変化させたとき、巻線1の両端で誘導起電力7 Vが発生した。巻線1からみた磁性体の自己インダクタンス L_1 を求めよ。

$$v_1 = L_1 \frac{\Delta i_1}{\Delta t} \rightarrow L_1 = \frac{v_1}{\frac{\Delta i_1}{\Delta t}} = \frac{7}{\frac{1}{4}} = 28 \text{ H}$$

Ans. $L_1 = 28 \text{ H}$

- (2) 巻線2の電流 $i_2(t)$ が4秒間で8 A変化させたとき、巻線2の両端で誘導起電力14 Vが発生した。巻線2からみた磁性体の自己インダクタンス L_2 を求めよ。

$$v_2 = L_2 \frac{\Delta i_2}{\Delta t} \rightarrow L_2 = \frac{v_2}{\frac{\Delta i_2}{\Delta t}} = \frac{14}{\frac{8}{4}} = 7 \text{ H}$$

Ans. $L_2 = 7 \text{ H}$

- (3) 巻線1の電流 $i_1(t)$ が6秒間で2 A変化させたとき、巻線2の両端で誘導起電力4 Vが発生した。磁性体の相互インダクタンス M を求めよ。

$$v_2 = M \frac{\Delta i_1}{\Delta t} \rightarrow M = \frac{v_2}{\frac{\Delta i_1}{\Delta t}} = \frac{4}{\frac{2}{6}} = 12 \text{ H}$$

Ans. $M = 12 \text{ H}$

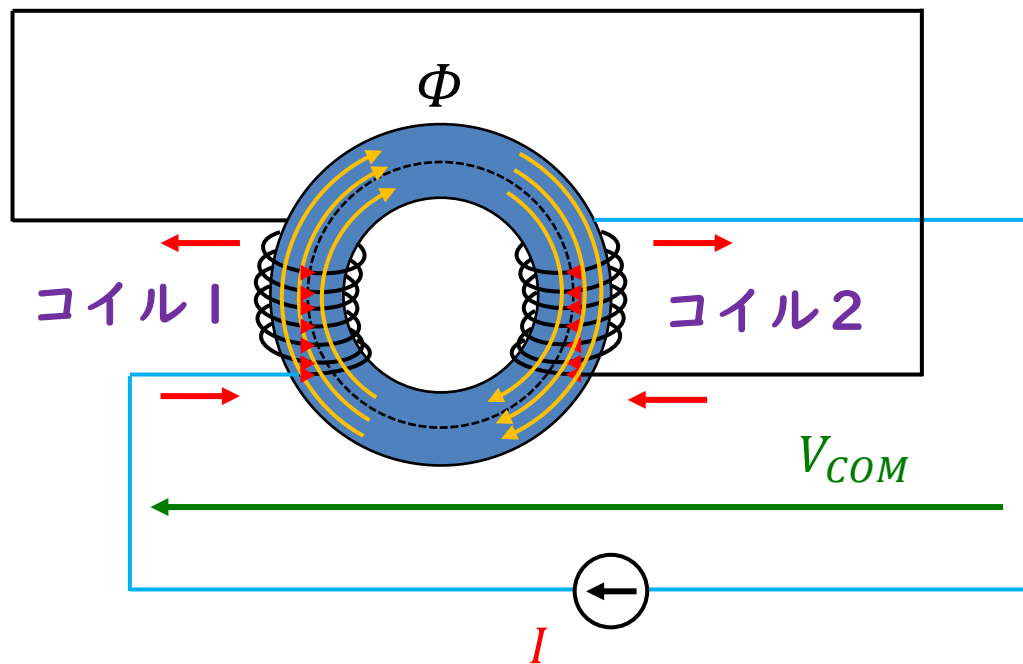
- (4) 結合係数 k を求めよ。

$$M = k\sqrt{L_1 L_2} \rightarrow k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{12}{\sqrt{28 \times 7}} = \frac{12}{14} = 0.86$$

Ans. $k = 0.86$

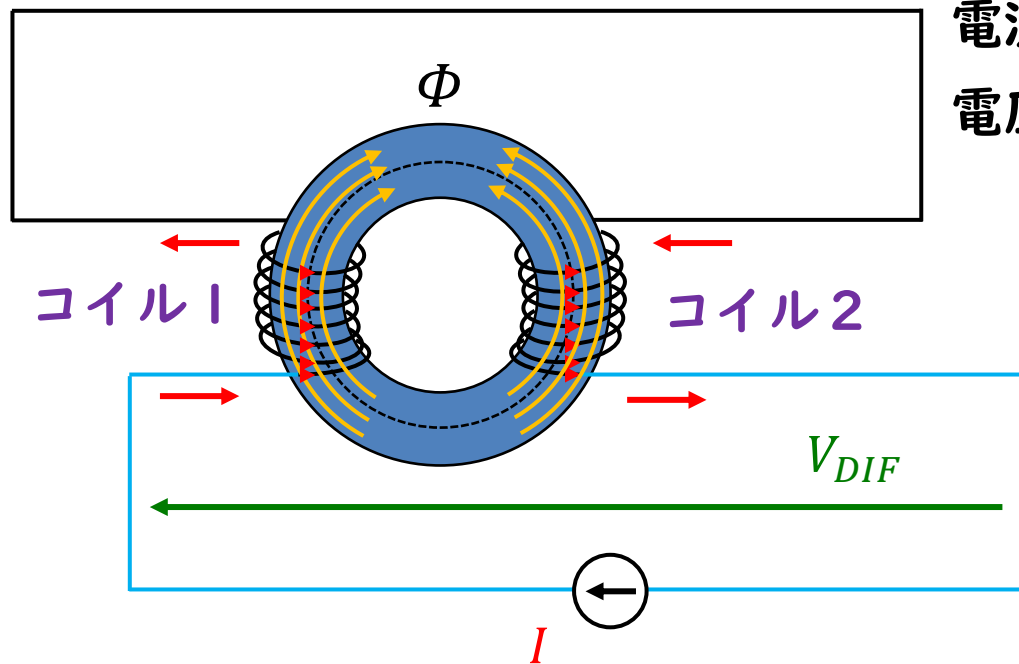
和動接続、差動接続

和動接続



$$V_{COM} = (L_1 + L_2 + 2M) \frac{dI}{dt}$$

差動接続



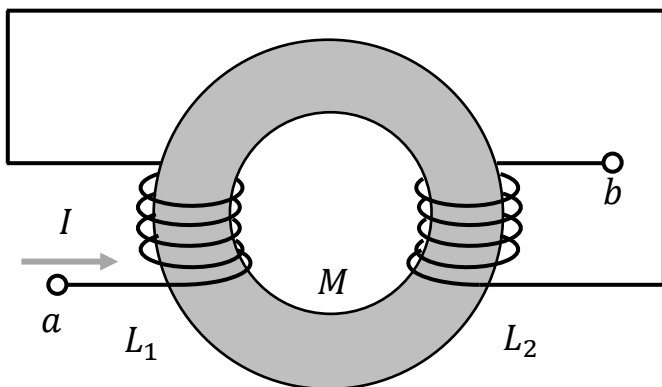
$$V_{DIF} = (L_1 + L_2 - 2M) \frac{dI}{dt}$$

磁束 →
電流 →
電圧 →

演習問題5

合成インダクタンスに関する以下の問に答えよ。

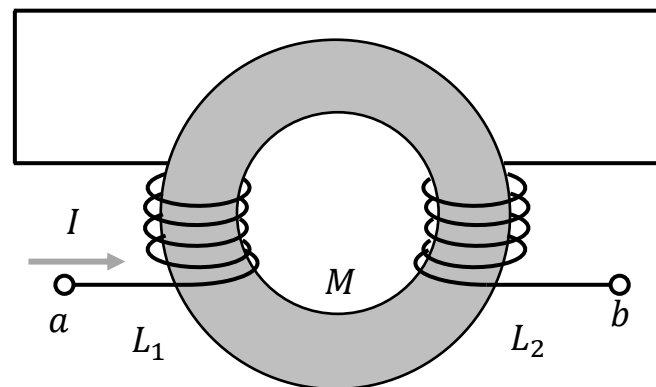
(1) 端子 ab 間の合成インダクタンス L を求めよ。



$$\begin{aligned} L_1 &= 5 \text{ H} \\ L_2 &= 3 \text{ H} \\ M &= 0.5 \text{ H} \end{aligned}$$

Ans. $L =$ _____

(2) 端子 ab 間の合成インダクタンス L を求めよ。



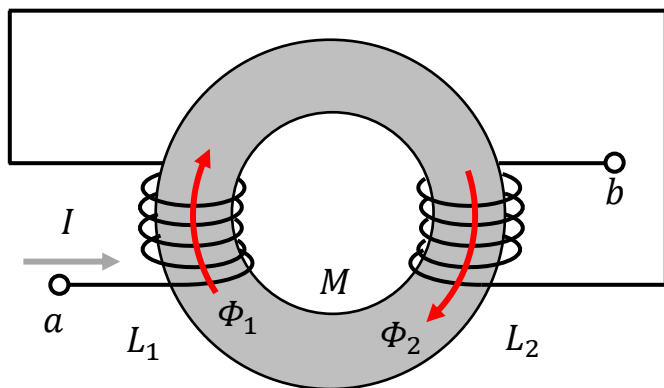
$$\begin{aligned} L_1 &= 6 \text{ H} \\ L_2 &= 4 \text{ H} \\ M &= 0.8 \text{ H} \end{aligned}$$

Ans. $L =$ _____

演習問題5 (解答)

合成インダクタンスに関する以下の問に答えよ。

(1) 端子 ab 間の合成インダクタンス L を求めよ。

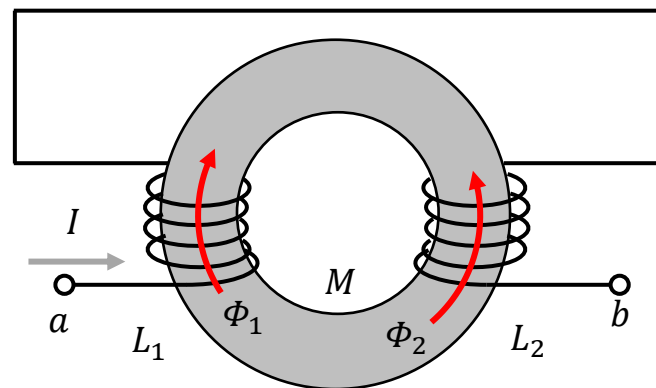


$$\begin{aligned} L_1 &= 5 \text{ H} \\ L_2 &= 3 \text{ H} \\ M &= 0.5 \text{ H} \end{aligned}$$

$$L = L_1 + L_2 + 2M = 5 + 3 + 2 \times 0.5 = 9 \text{ H}$$

Ans. $L = 9 \text{ H}$

(2) 端子 ab 間の合成インダクタンス L を求めよ。



$$\begin{aligned} L_1 &= 6 \text{ H} \\ L_2 &= 4 \text{ H} \\ M &= 0.8 \text{ H} \end{aligned}$$

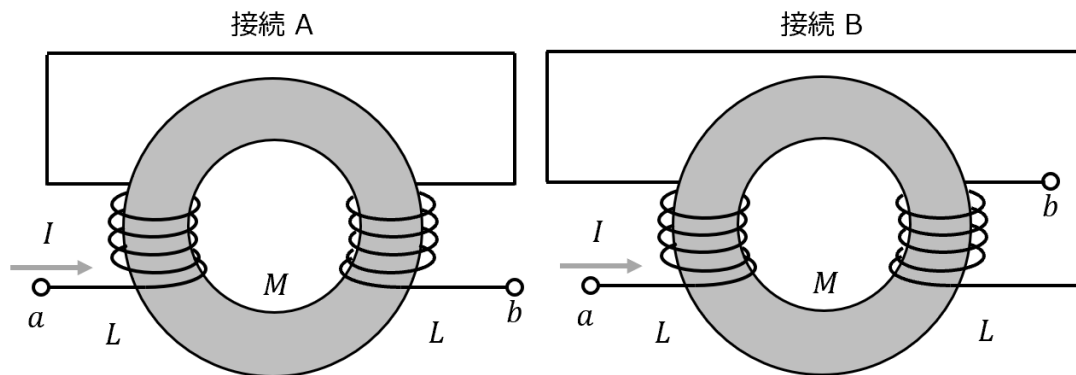
$$L = L_1 + L_2 - 2M = 6 + 4 - 2 \times 0.8 = 8.4 \text{ H}$$

Ans. $L = 8.4 \text{ H}$

演習問題6

合成インダクタンスに関する以下の問に答えよ。

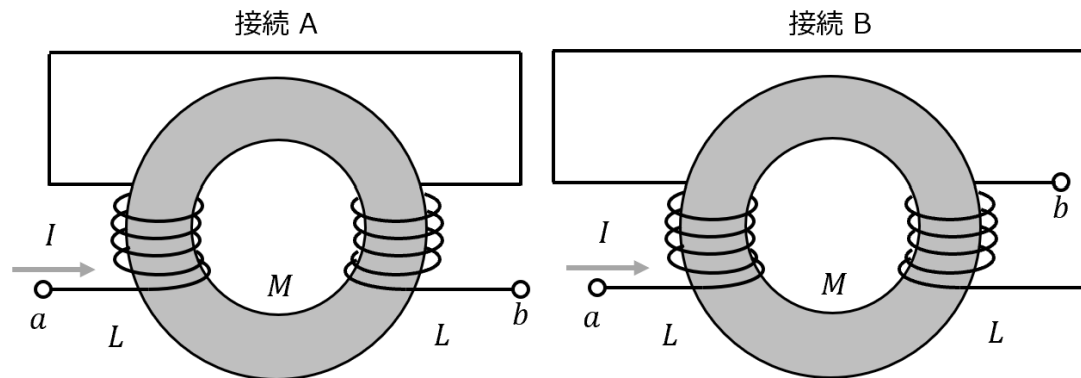
- (1) 端子 ab 間の合成インダクタンスは
 接続Aでは $L_A = 1.2 \text{ H}$ 、接続Bでは $L_B = 2.0 \text{ H}$ であった。
 巻線の自己インダクタンス L と相互インダクタンス M を求めよ。



$L =$

Ans. $M =$ _____

- (2) 端子 ab 間の合成インダクタンスは
 接続Aでは $L_A = 0.8 \text{ H}$ 、接続Bでは $L_B = 3.6 \text{ H}$ であった。
 巻線の自己インダクタンス L と結合定数 k を求めよ。



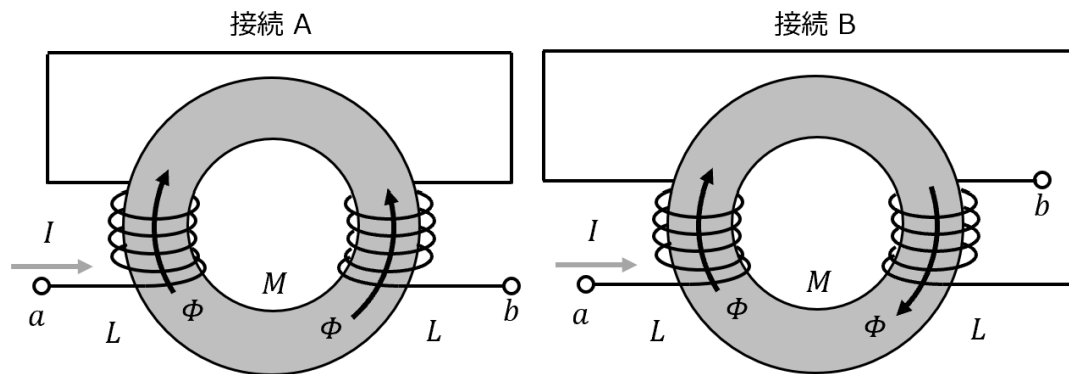
$L =$

Ans. $k =$ _____

演習問題6 (解答)

合成インダクタンスに関する以下の問に答えよ。

- (1) 端子 ab 間の合成インダクタンスは
 接続Aでは $L_A = 1.2 \text{ H}$ 、接続Bでは $L_B = 2.0 \text{ H}$ であった。
 巻線の自己インダクタンス L と相互インダクタンス M を求めよ。



$$L_A = L + L - 2M = 1.2$$

$$L_B = L + L + 2M = 2.0$$

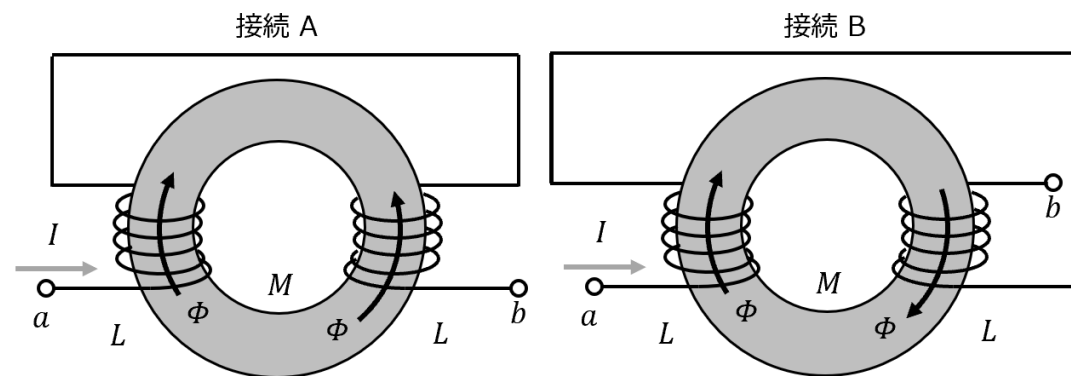
$$L_A + L_B = 4L = 3.2 \rightarrow L = 0.8 \text{ H}$$

$$L_B - L_A = 4M = 0.8 \rightarrow M = 0.2 \text{ H}$$

$$L = 0.8 \text{ H}$$

$$\text{Ans. } M = 0.2 \text{ H}$$

- (2) 端子 ab 間の合成インダクタンスは
 接続Aでは $L_A = 0.8 \text{ H}$ 、接続Bでは $L_B = 3.6 \text{ H}$ であった。
 巻線の自己インダクタンス L と結合定数 k を求めよ。



$$L_A = L + L - 2k\sqrt{LL} = 0.8$$

$$L_B = L + L + 2k\sqrt{LL} = 3.6$$

$$L_A + L_B = 4L = 4.4 \rightarrow L = 1.1 \text{ H}$$

$$L_B - L_A = 4k\sqrt{LL} = 2.8$$

$$k = \frac{2.8}{4L} = \frac{0.7}{1.1} = 0.64$$

$$L = 1.1 \text{ H}$$

$$\text{Ans. } k = 0.64$$

ご聴講ありがとうございました
ございました!!