電験どうでしょう管理人

KWG presents

電験オンライン塾

第11回　電気数学
複素数（1）

2022.11.20 Sun

複素数の計算

＜足算、引算＞
実部同士、虚部同士をそれぞれ計算する

$$\dot{\alpha} = a + jb, \qquad \dot{\beta} = c + jd$$
$$\dot{\alpha} + \dot{\beta} = a + jb + c + jd$$
$$= a + c + j(b + d)$$

$$\dot{\alpha} - \dot{\beta} = a + jb - (c + jd)$$
$$= a + jb - c - jd$$
$$= a - c + j(b - d)$$

＜掛算＞
括弧の展開をして計算する
$j^2 = -1$となることに注意する！

$$\dot{\alpha} = a + jb, \qquad \dot{\beta} = c + jd$$
$$\dot{\alpha} \times \dot{\beta} = (a + jb)(c + jd)$$
$$= ac + jad + jbc + j^2bd$$
$$= ac + jad + jbc - bd$$
$$= ac - bd + j(ad + bc)$$

練習問題１

（１） $j \times j$

Ans.

（２） $j \times j3$

Ans.

（３） $j5 \times j2$

Ans.

（４） $-j4 \times j3$

Ans.

（５） $-j\frac{2}{3} \times (-j6)$

Ans.

（６） $j \div j$

Ans.

（７） $3 \div j4$

Ans.

（８） $j^2 \div j^3$

Ans.

練習問題1（解答）

（1） $j \times j$

Ans. -1

（2） $j \times j3$

$= j \times j \times 3$
$= -1 \times 3$
$= -3$

Ans. -3

（3） $j5 \times j2$

$= j \times j \times 5 \times 2$
$= -1 \times 10$
$= -10$

Ans. -10

（4） $-j4 \times j3$

$= j \times j \times (-4) \times 3$
$= (-1) \times (-12)$
$= 12$

Ans. 12

（5） $-j\frac{2}{3} \times (-j6)$

$= j \times j \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times (-6)$
$= (-1) \times 4$
$= -4$

Ans. -4

（6） $j \div j$

$j \div j = \frac{j}{j} = 1$

Ans. 1

（7） $3 \div j4$

$= \frac{3}{j4} = \frac{3 \times j}{4 \times j \times j} = \frac{j3}{4 \times (-1)}$
$= -j\frac{3}{4}$

Ans. $-j\frac{3}{4}$

（8） $j^2 \div j^3$

$= \frac{j^2}{j^3} = \frac{1}{j} = -j$

Ans. $-j$

練習問題2

（1）$2+j3-j5$

Ans.

（2）$(3+j2)+(4+j5)$

Ans.

（3）$(6+j4)+(2-j3)$

Ans.

（4）$(7-j6)+(-3+j11)$

Ans.

（5）$4-j3+2(3+j2)$

Ans.

（6）$2-j5+j2(7+j4)$

Ans.

（7）$12-j6-3(4+j7)$

Ans.

（8）$21+j19-j3(6+j5)$

Ans.

練習問題2（解答）

（1）$2 + j3 - j5$

Ans. $2 - j2$

（2）$(3 + j2) + (4 + j5)$

$= 3 + 4 + j(2 + 5)$
$= 7 + j7$

Ans. $7 + j7$

（3）$(6 + j4) + (2 - j3)$

$= 6 + 2 + j(4 - 3)$
$= 8 + j$

Ans. $8 + j$

（4）$(7 - j6) + (-3 + j11)$

$= 7 - 3 + j(-6 + 11)$
$= 4 + j5$

Ans. $4 + j5$

（5）$4 - j3 + 2(3 + j2)$

$= 4 - j3 + 6 + j4$
$= 4 + 6 - j3 + j4$
$= 10 + j$

Ans. $10 + j$

（6）$2 - j5 + j2(7 + j4)$

$= 2 - j5 + j14 + j^2 8$
$= 2 + j9 + (-1) \times 8$
$= 2 + j9 - 8 = -6 + j9$

Ans. $-6 + j9$

（7）$12 - j6 - 3(4 + j7)$

$= 12 - j6 - 12 - j21$
$= 12 - 12 - j6 - j21$
$= -j27$

Ans. $-j27$

（8）$21 + j19 - j3(6 + j5)$

$= 21 + j19 - j18 - j^2 15$
$= 21 + j - (-1) \times 15$
$= 21 + j + 15 = 36 + j$

Ans. $36 + j$

練習問題3

（1） $(1+j)(2+j)$

Ans.

（2） $(3+j)(4-j)$

Ans.

（3） $(3+j3)(6-j)$

Ans.

（4） $(2+j3)(5+j4)$

Ans.

（5） $(4+j2)(6-j2)$

Ans.

（6） $(7+j3)(-4+j5)$

Ans.

練習問題３（解答）

（１） $(1+j)(2+j)$

$= 2 + j + j2 + j^2$
$= 2 + j3 - 1$
$= 1 + j3$

Ans. $1 + j3$

（２） $(3+j)(4-j)$

$= 12 - j3 + j4 - j^2$
$= 12 + j - (-1)$
$= 12 + j + 1$
$= 13 + j$

Ans. $13 + j$

（３） $(3+j3)(6-j)$

$= 18 - j3 + j18 - j^2 3$
$= 18 + j15 - (-1) \times 3$
$= 18 + j15 + 3$
$= 21 + j15$

Ans. $21 + j15$

（４） $(2+j3)(5+j4)$

$= 10 + j8 + j15 + 12 \times j^2$
$= 10 + j8 + j15 + 12 \times (-1)$
$= 10 - 12 + j8 + j15$
$= -2 + j23$

Ans. $-2 + j23$

（５） $(4+j2)(6-j2)$

$= 24 - j8 + j12 - 4 \times j^2$
$= 24 - j8 + j12 - 4 \times (-1)$
$= 24 + 4 - j8 + j12$
$= 28 + j4$

Ans. $28 + j4$

（６） $(7+j3)(-4+j5)$

$= -28 + j35 - j12 + 15 \times j^2$
$= -28 + j35 - j12 + 15 \times (-1)$
$= -28 - 15 + j35 - j12$
$= -43 + j23$

Ans. $-43 + j23$

練習問題4

(1) $(2+j3)^2$

Ans.

(2) $(2+j2)^2$

Ans.

(3) $(5-j4)^2$

Ans.

(4) $(5+j2)(5-j2)$

Ans.

(5) $(3+j3)(3-j3)$

Ans.

(6) $(3+j4)(3-j4)$

Ans.

練習問題4（解答）

（1） $(2+j3)^2$

$= 4 + j12 + 9 \times j^2$
$= 4 + j12 + 9 \times (-1)$
$= 4 - 9 + j12$
$= -5 + j12$

Ans. $-5 + j12$

（2） $(2+j2)^2$

$= 4 + j8 + 4 \times j^2$
$= 4 + j8 + 4 \times (-1)$
$= 4 - 4 + j8$
$= j8$

Ans. $j8$

（3） $(5-j4)^2$

$= 25 - j40 + 16 \times j^2$
$= 25 - j40 + 16 \times (-1)$
$= 25 - 16 - j40$
$= 9 - j40$

Ans. $9 - j40$

（4） $(5+j2)(5-j2)$

$= 25 - 4 \times j^2$
$= 25 - 4 \times (-1)$
$= 25 + 4$
$= 29$

Ans. 29

（5） $(3+j3)(3-j3)$

$= 9 - 9 \times j^2$
$= 9 - 9 \times (-1)$
$= 9 + 9$
$= 18$

Ans. 18

（6） $(3+j4)(3-j4)$

$= 9 - 16 \times j^2$
$= 9 - 16 \times (-1)$
$= 9 + 16$
$= 25$

Ans. 25

複素数の計算

＜割算（分数）＞
有理化を行うのが一般的である

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{-1}} = \frac{1}{j} = \frac{j}{j\times j} = -j$$

$$\dot{\alpha} = a + jb, \qquad \dot{\beta} = c + jd$$

$$\frac{1}{\dot{\alpha}} = \frac{1}{a+jb} = \frac{(a-jb)}{(a+jb)(a-jb)} = \frac{a-jb}{a^2+b^2}$$

$$\dot{\alpha} = a + jb, \qquad \dot{\beta} = c + jd$$

$$\frac{\dot{\alpha}}{\dot{\beta}} = \frac{a+jb}{c+jd} = \frac{(a+jb)(c-jd)}{(c+jd)(c-jd)} = \frac{ac-jad+jbc-j^2bd}{c^2+d^2} = \frac{ac+bd-jad+jbc}{c^2+d^2} = \frac{ac+bd+j(bc-ad)}{c^2+d^2}$$

練習問題5

各問で与えられる複素数を実数と虚数の成分に分解し、$Z = A + jB$という形に変形せよ。

（1） $\dfrac{1+j}{j}$

Ans.

（2） $\dfrac{4+j2}{j2}$

Ans.

（3） $\dfrac{-9-j12}{j18}$

Ans.

（4） $\dfrac{1}{1+j}$

Ans.

（5） $\dfrac{1}{2+j3}$

Ans.

（6） $\dfrac{1}{4-j3}$

Ans.

練習問題5（解答）

各問で与えられる複素数を実数と虚数の成分に分解し、$Z = A + jB$という形に変形せよ。

（1） $\dfrac{1+j}{j}$

$= \dfrac{1}{j} + \dfrac{j}{j} = \dfrac{1 \times j}{j \times j} + \dfrac{j}{j}$

$= \dfrac{j}{-1} + 1$

$= 1 - j$

Ans. $1 - j$

（2） $\dfrac{4+j2}{j2}$

$= \dfrac{4}{j2} + \dfrac{j2}{j2} = \dfrac{4 \times j}{2 \times j \times j} + 1$

$= \dfrac{j4}{2 \times (-1)} + 1$

$= 1 - j2$

Ans. $1 - j2$

（3） $\dfrac{-9-j12}{j18}$

$= -\dfrac{9}{j18} - \dfrac{j12}{j18} = -\dfrac{1}{j2} - \dfrac{2}{3}$

$= -\left(-j\dfrac{1}{2}\right) - \dfrac{2}{3} = -\dfrac{2}{3} + j\dfrac{1}{2}$

Ans. $-\dfrac{2}{3} + j\dfrac{1}{2}$

（4） $\dfrac{1}{1+j}$

$= \dfrac{1}{1+j} \times \dfrac{1-j}{1-j} = \dfrac{1-j}{1^2+1^2}$

$= \dfrac{1-j}{2} = \dfrac{1}{2} - \dfrac{j}{2}$

Ans. $\dfrac{1}{2} - \dfrac{j}{2}$

（5） $\dfrac{1}{2+j3}$

$= \dfrac{1}{2+j3} \times \dfrac{2-j3}{2-j3} = \dfrac{2-j3}{2^2+3^2}$

$= \dfrac{2-j3}{4+9} = \dfrac{2}{13} - j\dfrac{3}{13}$

Ans. $\dfrac{2}{13} - j\dfrac{3}{13}$

（6） $\dfrac{1}{4-j3}$

$= \dfrac{1}{4-j3} \times \dfrac{4+j3}{4+j3} = \dfrac{4+j3}{4^2+3^2}$

$= \dfrac{4+j3}{25} = \dfrac{4}{25} + j\dfrac{3}{25}$

Ans. $\dfrac{4}{25} + j\dfrac{3}{25}$

ご聴講ありがとうございました!!