電験どうでしょう管理人

KWG presents

電験オンライン塾

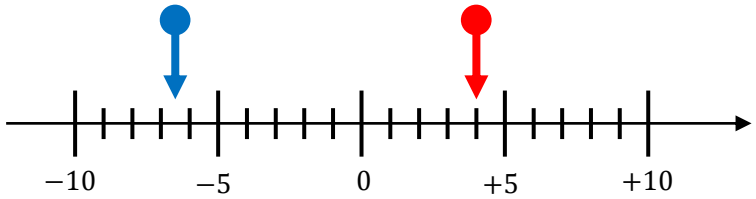
第7回　電気数学
ベクトル（2）

2022.10.15 Sat

ベクトル

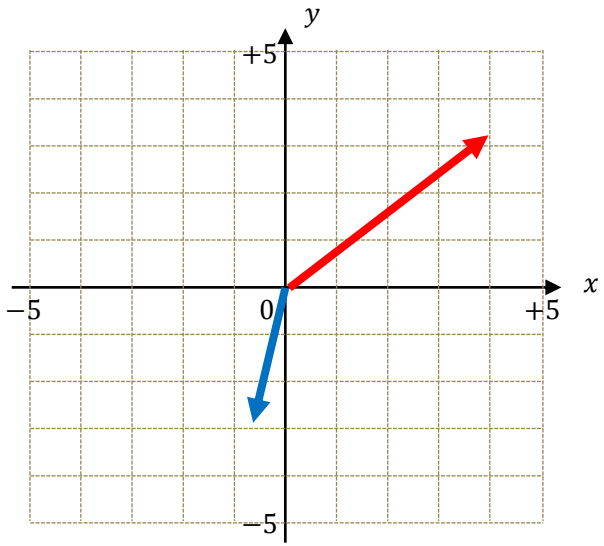
スカラー量　“大きさ”のみ

例）　時間、重さ、温度、面積、エネルギーなど
　　電荷、静電容量、電力など



ベクトル量　“大きさ”と“向き”

例）　位置、速度、加速度、力など
　　電流、電圧、インピーダンス、電界、磁界など



ベクトルの表し方

$\vec{a}, \vec{b}$　高校数学での表現

$\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$　大学や専門科目での表現（電磁気学）

$\dot{a}, \dot{b}$　ベクトル（複素平面）の表現　←電験はこれ

ベクトルを理解するために

〇計算に必要な知識

A. xy平面の座標の読み方

B. 三平方の定理

C. 三角関数（三角比）

〇ベクトルとして知っておくこと

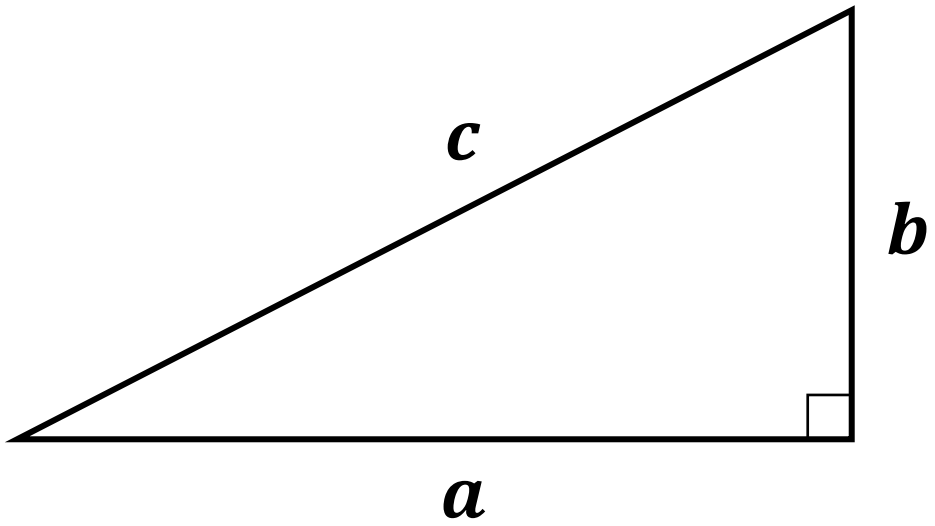
1. 位置ベクトル

2. ベクトルの大きさ

3. ベクトルの成分分解

4. ベクトルの合成

三平方の定理



2辺の長さをa, b, 斜辺の長さをcとする
直角三角形において次式が成り立つ。

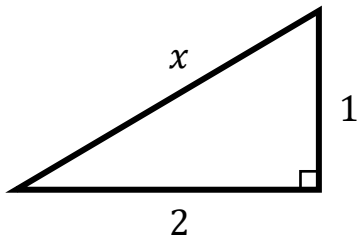
$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

・直角三角形に対する公式
・直角三角形の各辺の長さの関係を表す
・直角を作る2つの辺の長さと直角と向かい合う辺（斜辺）の関係を表す

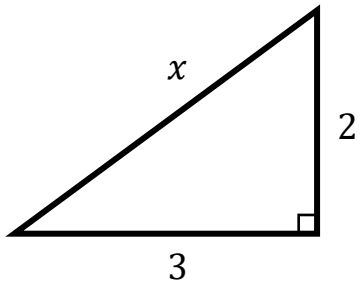
練習問題Ⅰ

（1）



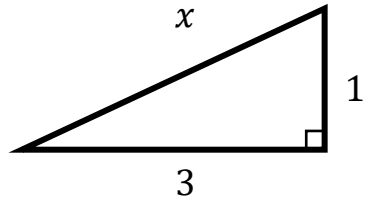
Ans. $x=$ ＿＿＿＿

（2）



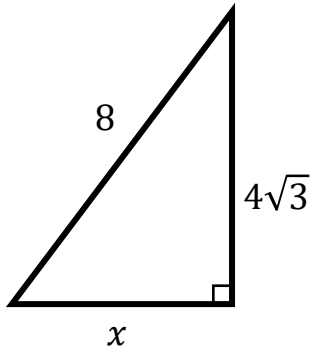
Ans. $x=$ ＿＿＿＿

（3）



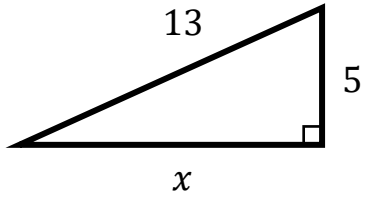
Ans. $x=$ ＿＿＿＿

（4）



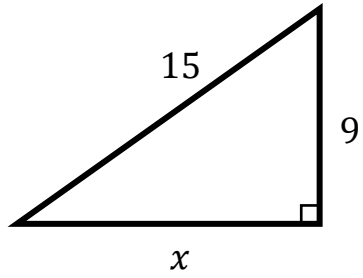
Ans. $x=$ ＿＿＿＿

（5）



Ans. $x=$ ＿＿＿＿

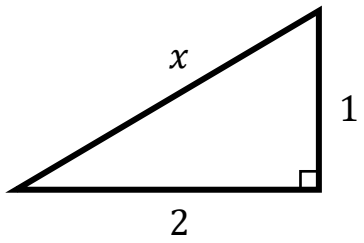
（6）



Ans. $x=$ ＿＿＿＿

練習問題Ⅰ（解答）

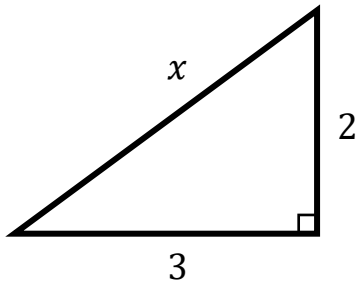
（1）



$$x = \sqrt{1^2 + 2^2}$$
$$= \sqrt{5}$$

Ans. $x = \sqrt{5}$

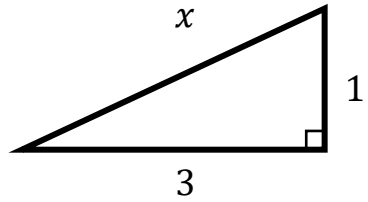
（2）



$$x = \sqrt{2^2 + 3^2}$$
$$= \sqrt{4 + 9}$$
$$= \sqrt{13}$$

Ans. $x = \sqrt{13}$

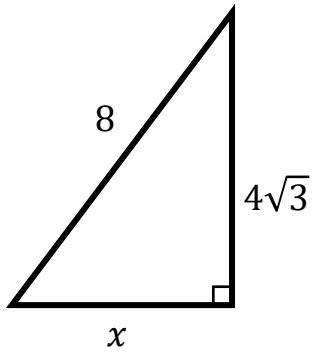
（3）



$$x = \sqrt{1^2 + 3^2}$$
$$= \sqrt{1 + 9}$$
$$= \sqrt{10}$$

Ans. $x = \sqrt{10}$

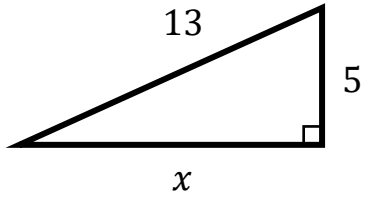
（4）



$$x = \sqrt{8^2 - \left(4\sqrt{3}\right)^2}$$
$$= \sqrt{64 - 16 \times 3}$$
$$= \sqrt{16}$$
$$= 4$$

Ans. $x = 4$

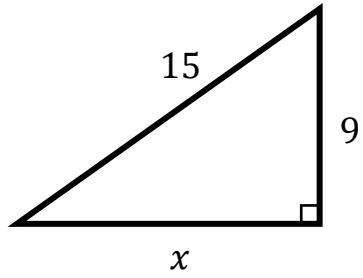
（5）



$$x = \sqrt{13^2 - 5^2}$$
$$= \sqrt{169 - 25}$$
$$= \sqrt{144}$$
$$= 12$$

Ans. $x = 12$

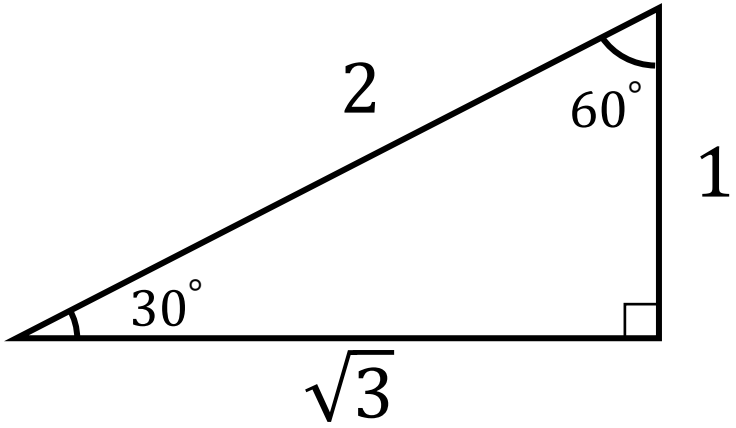
（6）

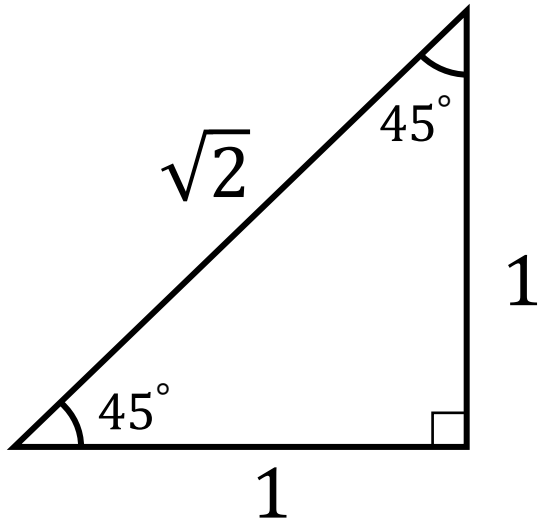


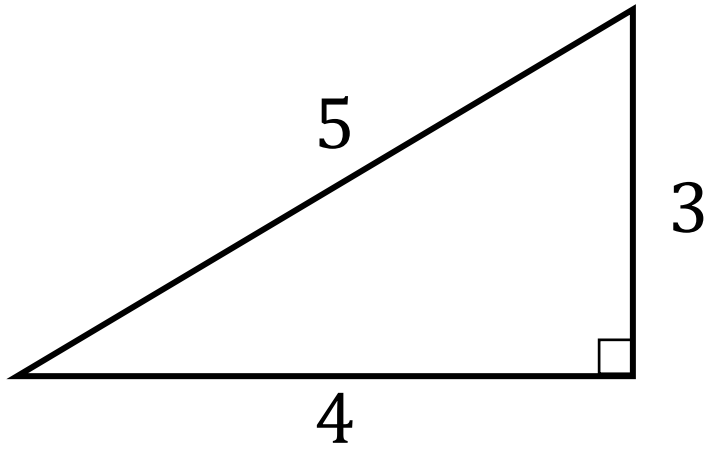
$$x = \sqrt{15^2 - 9^2}$$
$$= \sqrt{225 - 81}$$
$$= \sqrt{144}$$
$$= 12$$

Ans. $x = 12$

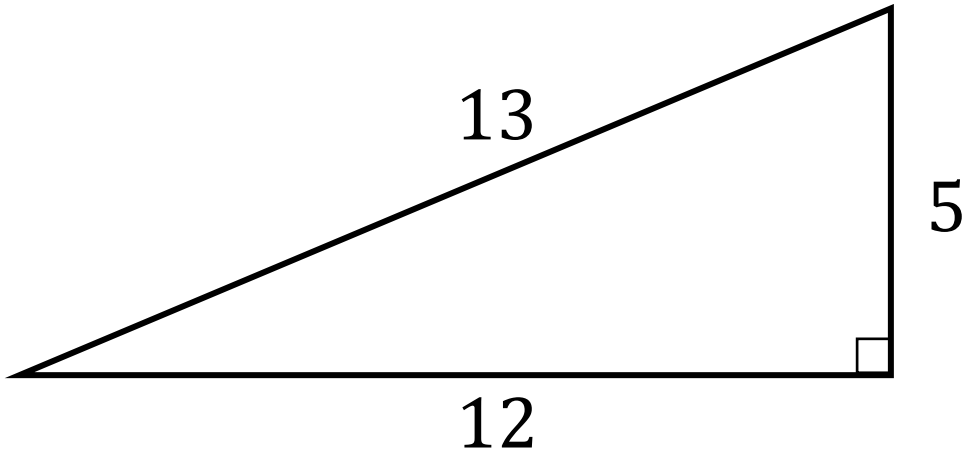
特徴的な直角三角形





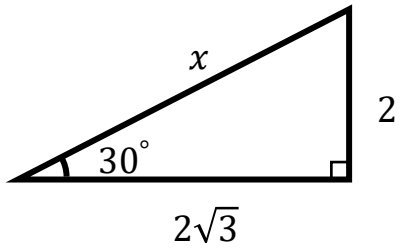


この4つの三角形の角度と辺の長さの比は全て覚えること！



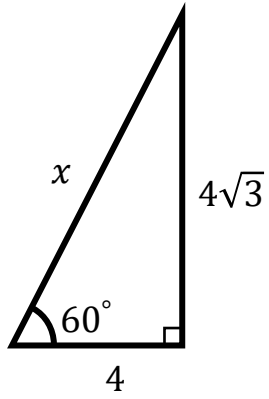
練習問題2

（1）



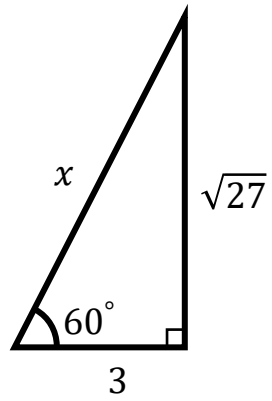
Ans. $x=$ ＿＿＿＿

（2）



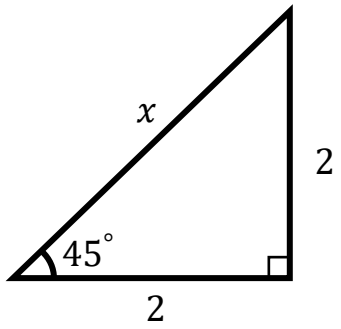
Ans. $x=$ ＿＿＿＿

（3）



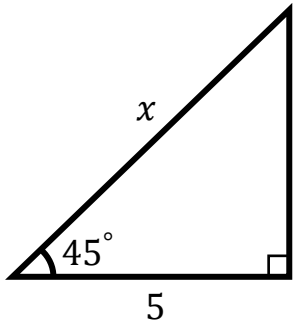
Ans. $x=$ ＿＿＿＿

（4）



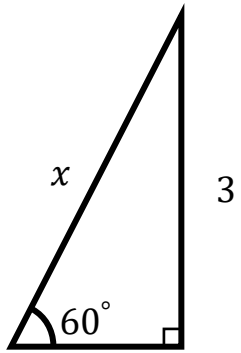
Ans. $x=$ ＿＿＿＿

（5）



Ans. $x=$ ＿＿＿＿

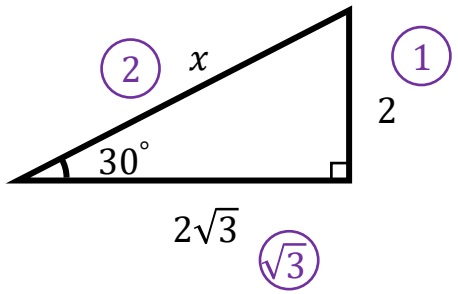
（6）



Ans. $x=$ ＿＿＿＿

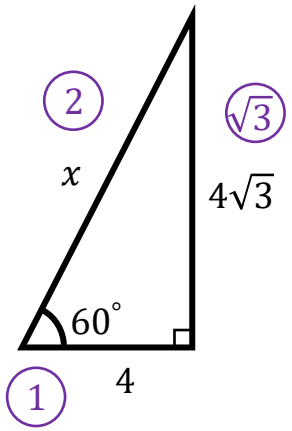
練習問題2（解答）

（1）



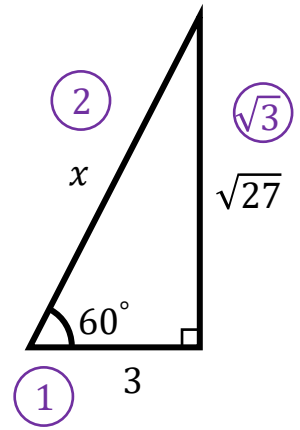
Ans. $x = 4$

（2）



Ans. $x = 8$

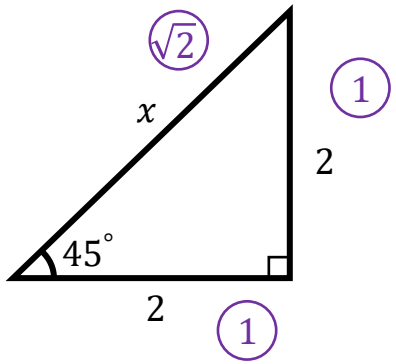
（3）



$\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$

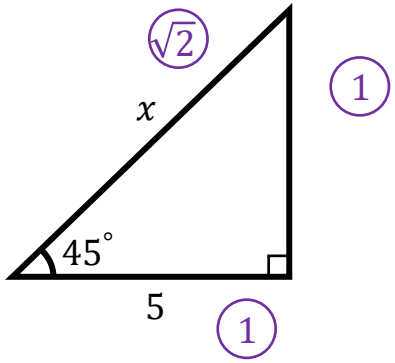
Ans. $x = 6$

（4）



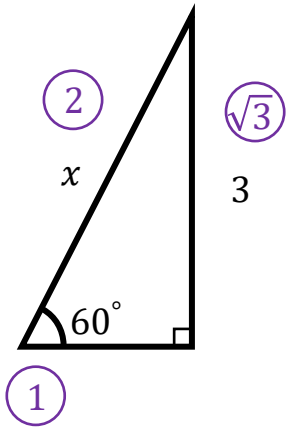
Ans. $x = 2\sqrt{2}$

（5）



Ans. $x = 5\sqrt{2}$

（6）



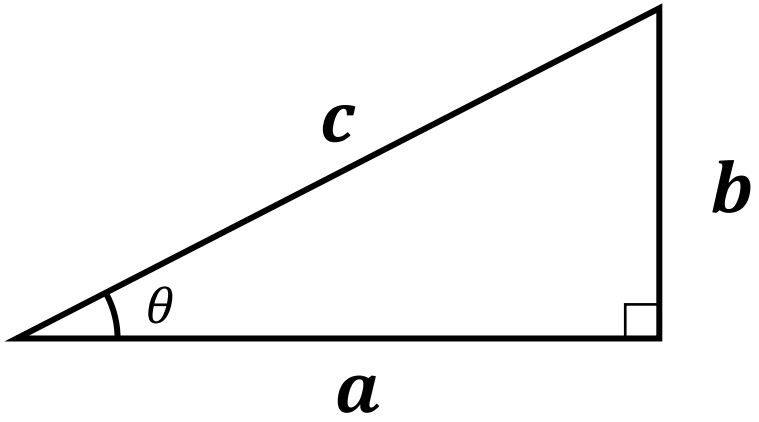
$x : 3 = 2 : \sqrt{3}$

$\sqrt{3}x = 6$

$x = \dfrac{6}{\sqrt{3}} = \dfrac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$

Ans. $x = 2\sqrt{3}$

直角三角形と三角比



$$\sin\theta = \frac{b}{c} = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

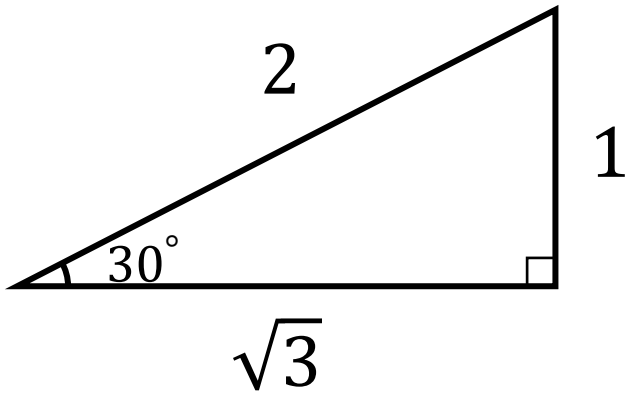
$$\cos\theta = \frac{a}{c} = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

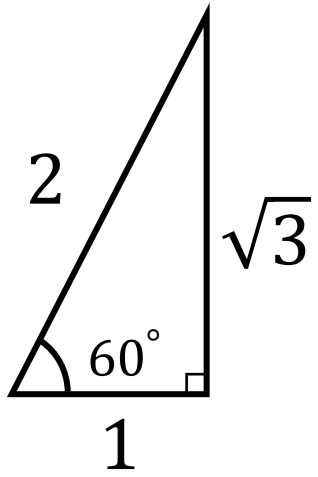
$$\tan\theta = \frac{b}{a}$$

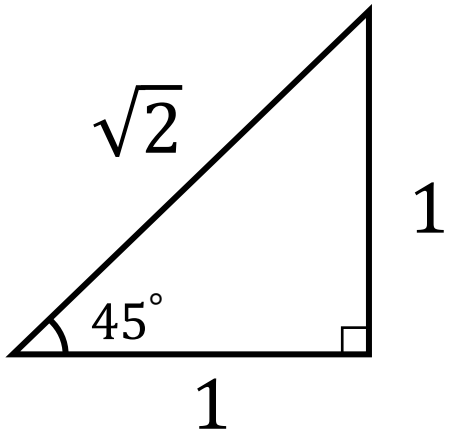
三角比は、直角三角形の
2辺の長さの比を表したもの

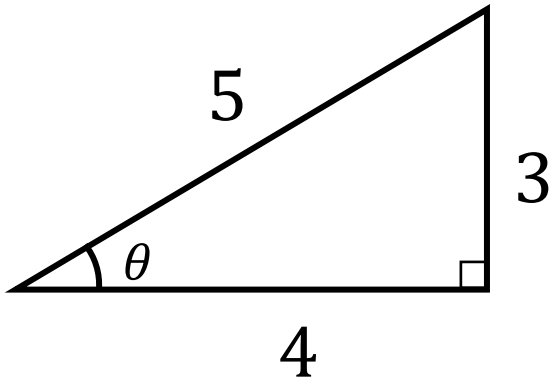
その比は角度θによって変化するが、
角度θが分からなければ値が導出できないわけではない

三角形と三角比









$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$

$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$

$\tan 60^\circ = \sqrt{3}$

$\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\tan 45^\circ = 1$

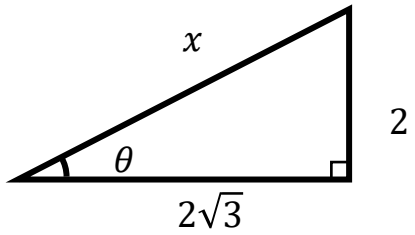
$\sin\theta = \frac{3}{5}$

$\cos\theta = \frac{4}{5}$

$\tan\theta = \frac{3}{4}$

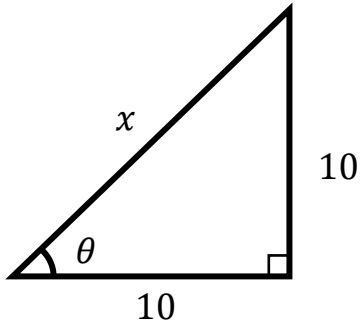
練習問題3

（1）



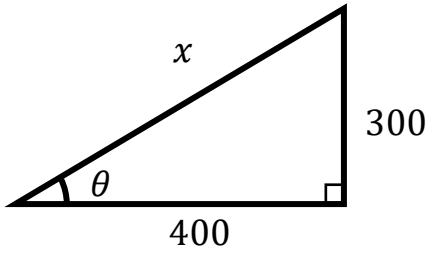
Ans. $\cos\theta =$ $\sin\theta =$ $\tan\theta =$

（2）



Ans. $\cos\theta =$ $\sin\theta =$ $\tan\theta =$

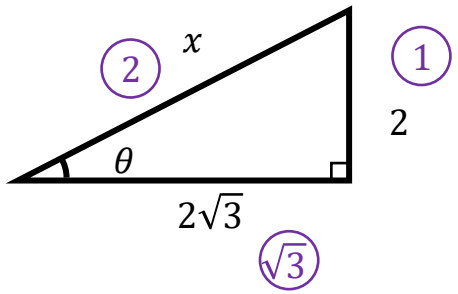
（3）



Ans. $\cos\theta =$ $\sin\theta =$ $\tan\theta =$

練習問題３（解答）

（１）



$x = 4$

$\theta = 30^\circ$ **ということもわかる**

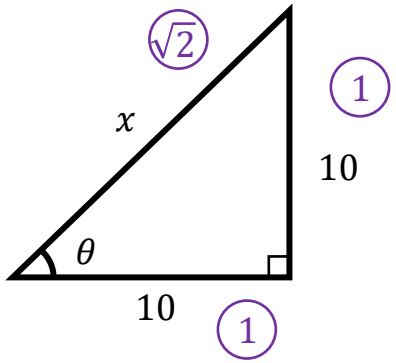
$$\cos\theta = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin\theta = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\tan\theta = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Ans. $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\sin\theta = \frac{1}{2}$ $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$

（２）



$x = 10\sqrt{2}$

$\theta = 45^\circ$ **ということもわかる**

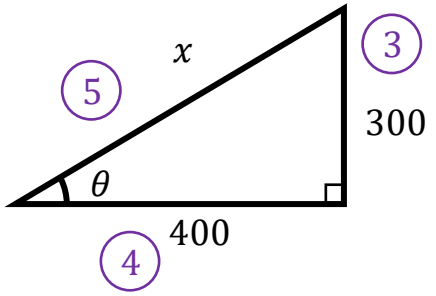
$$\cos\theta = \frac{10}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin\theta = \frac{10}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\tan\theta = \frac{10}{10} = 1$$

Ans. $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\tan\theta = 1$

（３）



$x = 500$

$$\cos\theta = \frac{400}{500} = \frac{4}{5}$$

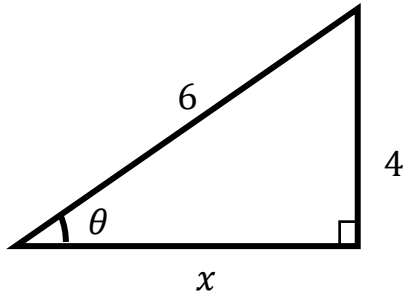
$$\sin\theta = \frac{300}{500} = \frac{3}{5}$$

$$\tan\theta = \frac{300}{400} = \frac{3}{4}$$

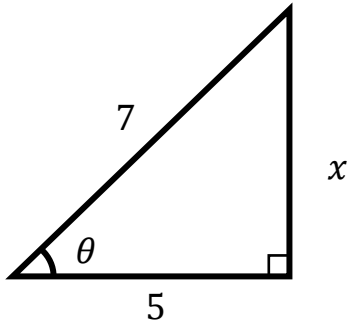
Ans. $\cos\theta = \frac{4}{5}$ $\sin\theta = \frac{3}{5}$ $\tan\theta = \frac{3}{4}$

練習問題4

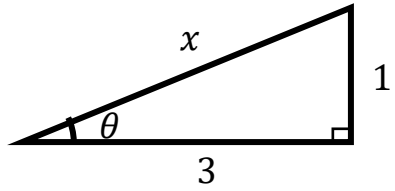
（1）



（2）



（3）



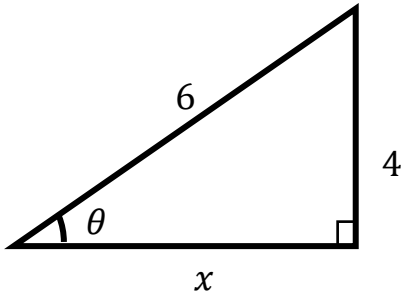
Ans. $\cos\theta =$ $\sin\theta =$ $\tan\theta =$

Ans. $\cos\theta =$ $\sin\theta =$ $\tan\theta =$

Ans. $\cos\theta =$ $\sin\theta =$ $\tan\theta =$

練習問題4（解答）

（1）



$x=\sqrt{6^2-4^2}=\sqrt{36-16}=\sqrt{20}$
$=2\sqrt{5}$

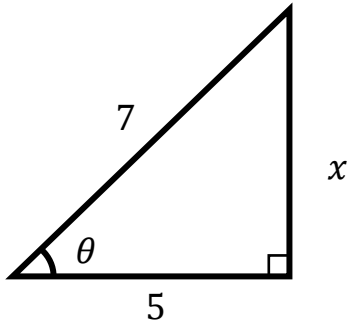
$\cos\theta=\frac{2\sqrt{5}}{6}=\frac{\sqrt{5}}{3}$

$\sin\theta=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

$\tan\theta=\frac{4}{2\sqrt{5}}=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

Ans. $\cos\theta=\frac{\sqrt{5}}{3}$ $\sin\theta=\frac{2}{3}$ $\tan\theta=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

（2）



$x=\sqrt{7^2-5^2}=\sqrt{49-25}=\sqrt{24}$
$=2\sqrt{6}$

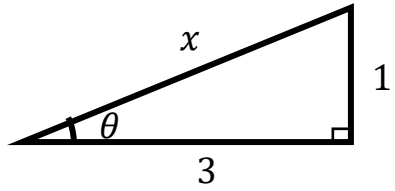
$\cos\theta=\frac{5}{7}$

$\sin\theta=\frac{2\sqrt{6}}{7}$

$\tan\theta=\frac{2\sqrt{6}}{5}$

Ans. $\cos\theta=\frac{5}{7}$ $\sin\theta=\frac{2\sqrt{6}}{7}$ $\tan\theta=\frac{2\sqrt{6}}{5}$

（3）



$x=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$

$\cos\theta=\frac{3}{\sqrt{10}}=\frac{3\sqrt{10}}{10}$

$\sin\theta=\frac{1}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$

$\tan\theta=\frac{1}{3}$

Ans. $\cos\theta=\frac{3\sqrt{10}}{10}$ $\sin\theta=\frac{\sqrt{10}}{10}$ $\tan\theta=\frac{1}{3}$

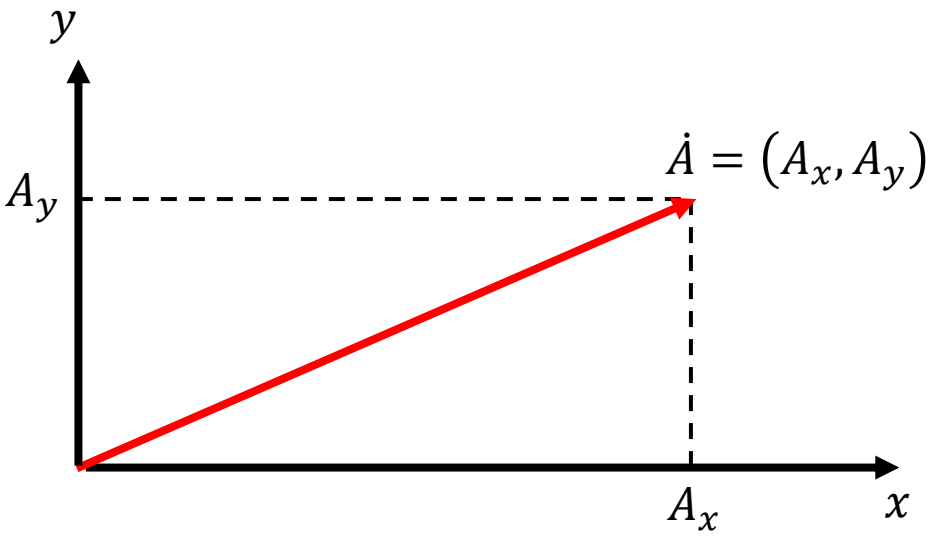
ベクトルの大きさと成分分解

$\dot{A}$の大きさ　$A, |A|$などと表記

$$A = \sqrt{(x\text{方向の長さ})^2 + (y\text{方向の長さ})^2}$$

$$= \sqrt{(x\text{座標})^2 + (y\text{座標})^2}$$

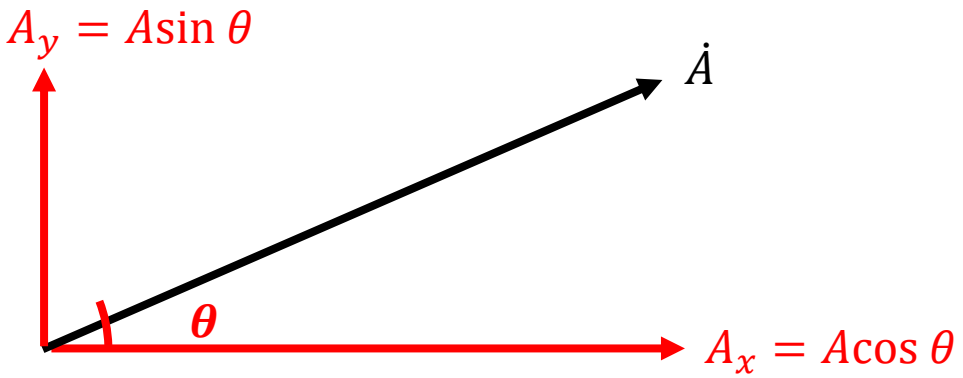
$$= \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$



$\dot{A}$の成分分解

$A_x = A\cos\theta$

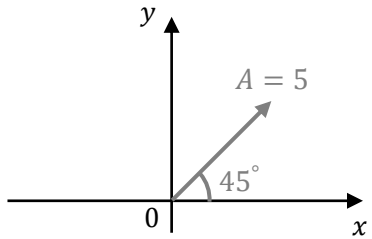
$A_y = A\sin\theta$



練習問題5

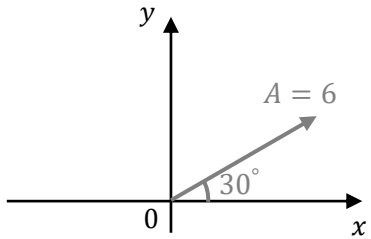
A_x, A_yを求めよ

(1)



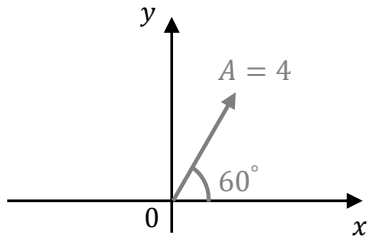
Ans. $A_x =$ $A_y =$

(2)



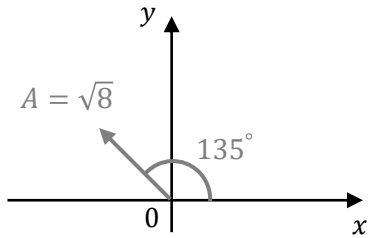
Ans. $A_x =$ $A_y =$

(3)



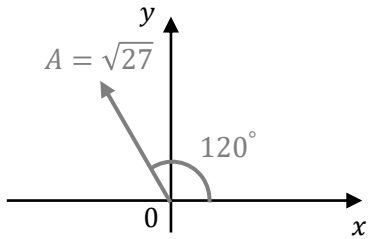
Ans. $A_x =$ $A_y =$

(4)



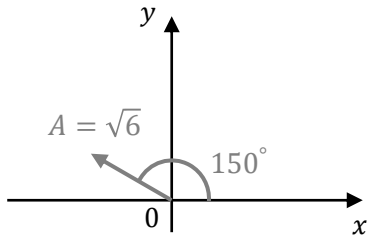
Ans. $A_x =$ $A_y =$

(5)



Ans. $A_x =$ $A_y =$

(6)



Ans. $A_x =$ $A_y =$

練習問題5（解答）

A_x, A_yを求めよ

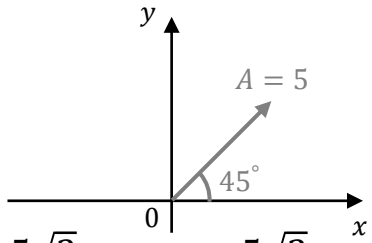
（1）

$A_x = A\cos 45^\circ$

$= \dfrac{5}{\sqrt{2}} = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$

$A_y = A\sin 45^\circ$

$= \dfrac{5}{\sqrt{2}} = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$



Ans. $A_x = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$ $A_y = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$

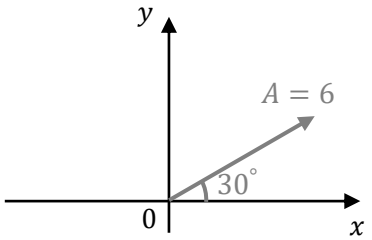
（2）

$A_x = A\cos 30^\circ$

$= 6 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$

$A_y = A\sin 30^\circ$

$= 6 \times \dfrac{1}{2} = 3$



Ans. $A_x = 3\sqrt{3}$ $A_y = 3$

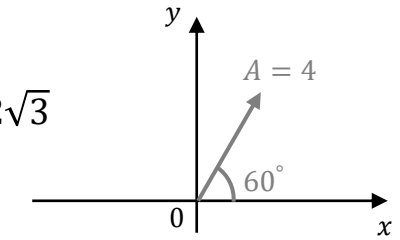
（3）

$A_x = A\cos 60^\circ$

$= 4 \times \dfrac{1}{2} = 2$

$A_y = A\sin 60^\circ$

$= 4 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$



Ans. $A_x = 2$ $A_y = 2\sqrt{3}$

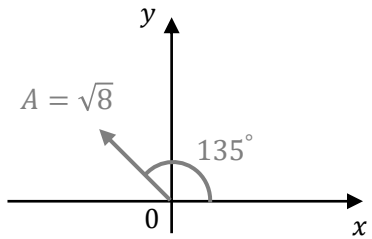
（4）

$A_x = A\cos 135^\circ$

$= \sqrt{8} \times \left(-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right) = -2$

$A_y = A\sin 135^\circ$

$= \sqrt{8} \times \dfrac{1}{\sqrt{2}} = 2$



Ans. $A_x = -2$ $A_y = 2$

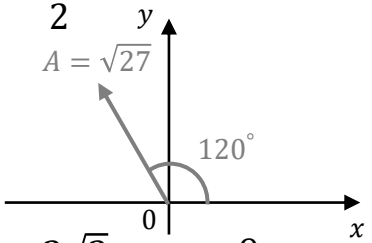
（5）

$A_x = A\cos 120^\circ$

$= \sqrt{27} \times \left(-\dfrac{1}{2}\right) = -\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

$A_y = A\sin 120^\circ$

$= \sqrt{27} \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{9}{2}$



Ans. $A_x = -\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ $A_y = \dfrac{9}{2}$

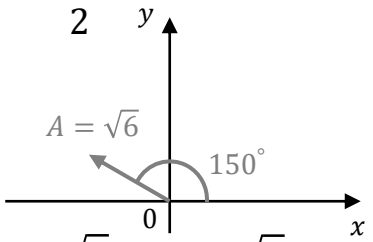
（6）

$A_x = A\cos 150^\circ$

$= \sqrt{6} \times \left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

$A_y = A\sin 150^\circ$

$= \sqrt{6} \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$



Ans. $A_x = -\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$ $A_y = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$

ご聴講ありがとうございました!!