電験三種　理論模試

2024 年 8 月

（第二回　解答）

問題	解答
問 1	(2)
問 2	(3)
問 3	(1)
問 4	(2)
問 5	(3)
問 6	(3)
問 7	(1)
問 8	(4)
問 9	(1)
問 10	(2)
問 11	(1)
問 12	(2)
問 13	(5)
問 14	(2)
問 15(a)	(3)
問 15(b)	(3)
問 16(a)	(2)
問 16(b)	(2)
問 17(a)	(4)
問 17(b)	(4)
問 18(a)	(2)
問 18(b)	(1)

問１　Ans.　(2)

a. 誘電体を挿入したとき、各領域の電界の大きさ

各領域の静電容量をそれぞれC_1、C_2、C_3とすると、

$$C_1 = \varepsilon_0 \frac{S}{d/2} = \varepsilon_0 \frac{2S}{d} = C_0\,, \qquad C_2 = 2\varepsilon_0 \frac{S}{d/4} = 4C_0, \qquad C_3 = \varepsilon_0 \frac{S}{d/4} = 2C_0$$

となる。（数式を見やすくするためC_0という定数を導入）

各領域に加わる電圧をそれぞれV_1、V_2、V_3とすると、

$$V_1 : V_2 : V_3 = \frac{1}{C_1} : \frac{1}{C_2} : \frac{1}{C_3} = \frac{1}{C_0} : \frac{1}{4C_0} : \frac{1}{2C_0} = 1 : \frac{1}{4} : \frac{1}{2} = 4 : 1 : 2$$

$$V_1 = 4V_0, \qquad V_2 = V_0\,, \qquad V_3 = 2V_0$$

となる。（数式を見やすくするためV_0という定数を導入）

各領域の静電容量をそれぞれE_1、E_2、E_3とすると、

$$E_1 = \frac{V_1}{d/2} = 8\frac{V_0}{d}$$
$$E_2 = \frac{V_2}{d/4} = 4\frac{V_0}{d}$$
$$E_2 = \frac{V_3}{d/4} = 8\frac{V_0}{d}$$

従って、領域２の電界E_2が最も小さくなる。

b. 誘電体を挿入したとき、領域２と領域３の電束密度の大きさ

充電されている電荷量が等しい電極内の電束密度は一様なので、

領域１、領域２、領域３の電束密度は全て等しくなる。

c. 面Ｑと極板Ｂ間の電位差V_{PQ}の大きさ

領域３に加わる電圧を電位差V_{PQ}と考えることができる。

平行平板コンデンサに印加するVを用いて、誘電体挿入時の領域３の電圧V_3を表すと、各領域の電圧の比の式より、

$$V_3 = \frac{2}{4+1+2}V = \frac{2}{7}V = 0.286V$$

となる。

導体を挿入する場合、領域２の電圧は 0V となり、領域１と領域３に全ての電圧が加わる。従って、導体挿入時の領域１と領域３の電圧をそれぞれV_1'、V_3'とすると、

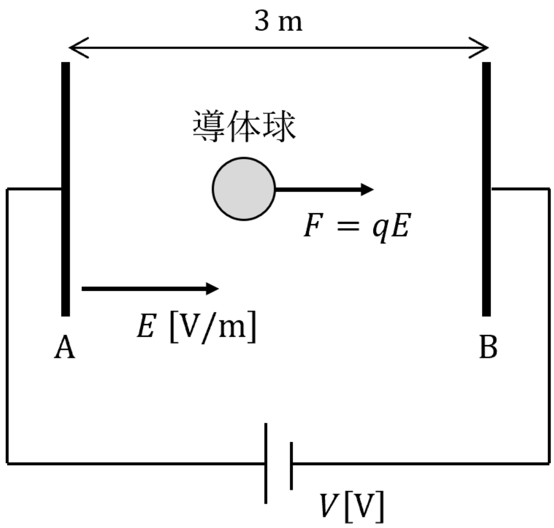
$$V_1' : V_3' = \frac{1}{C_1} : \frac{1}{C_3} = 1 : \frac{1}{2} = 2 : 1$$

となる。先と同様に、平行平板コンデンサに印加するVを用いて、導体挿入時の領域３の電圧V_3'を表すと、

$$V_3' = \frac{1}{2+1} V = \frac{1}{3} V = 0.333V$$

となりV_3とV_3'をくらべると、V_3'の方が大きくなることから、導体を挿入した場合の方が電位差は大きくなる。

問２　Ans.　(3)



導体球に加わるクーロン力Fは

$$F = QE = Q\frac{V}{d} = 2 \times \frac{V}{3} = \frac{2}{3}V$$

となる。

運動方程式より、クーロン力により生じる導体球の加速度a [m/s^2]は、

$$F = ma \rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{2}{3}V \times \frac{1}{0.5} = \frac{4}{3}V$$

となる。

一定の加速度をもった物体の距離と時間の関係は、

$$x = \frac{1}{2}at^2$$

で表せる。従って、印加電圧Vは以下のように求めれる。

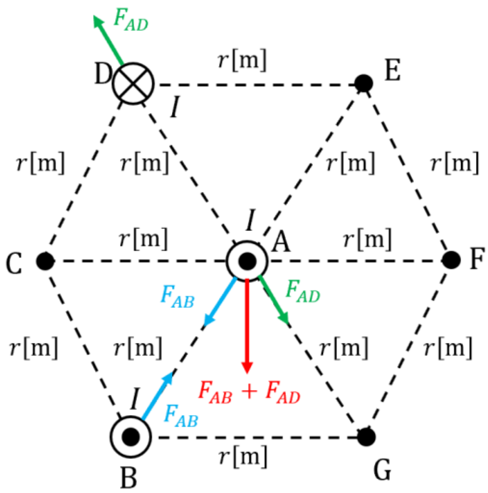
$$3 = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}V \times 1^2$$

$$V = 3 \times 2 \times \frac{3}{4} = \frac{9}{2}\ \mathrm{V} = 4.5\ \mathrm{V}$$

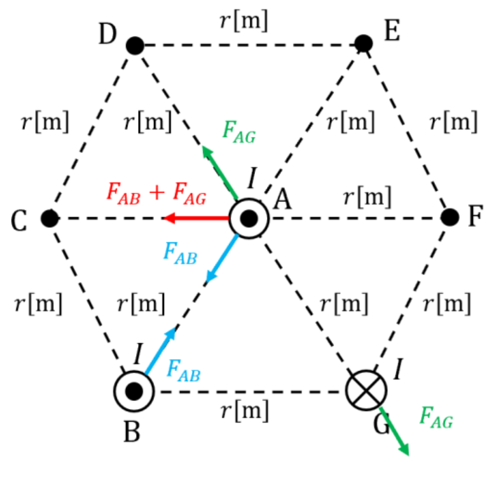
となる。

問３　Ans.　(1)

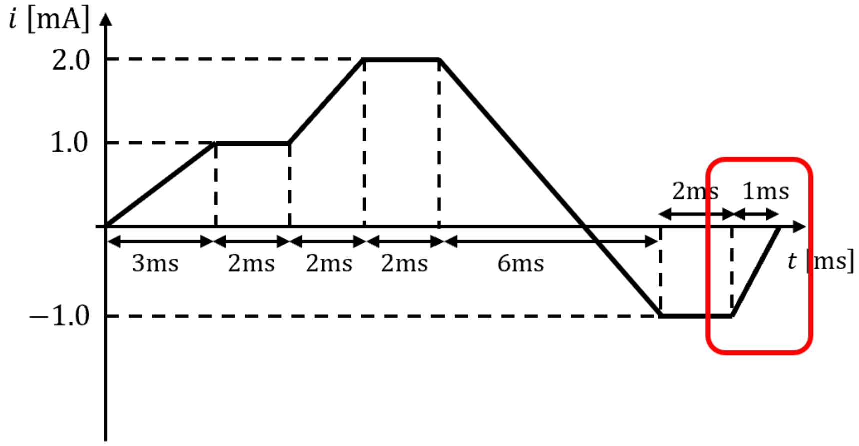
２つの直線電流による力はアンペール力といい、
・電流の向きが同じときは『引き付ける力（引力）』
・電流の向きが反対のときは『引き離す力（斥力）』
となる。
点Ａの導体と点Ｂの導体の間で生じるアンペール力F_{AB}は引き付ける力となり、点Ａの導体に生じるF_{AB}は点Ｂの方を向く。点Ａの導体に生じるアンペール力を下向きにするためには、導体Ｘを点Ｄに配置する。力の合成は以下の図となる。



点Ａの導体に生じるアンペール左向きにするためには、導体Ｘを点Ｇに配置する。力の合成は以下の図となる。



問 4　Ans.　(2)



電流の時間変化量が最も大きくなるのは、図中の赤枠部分である。

ファラデーの法則より、誘導起電力vは

$$v = L\frac{\Delta I}{\Delta t} = 2 \times \frac{1 \times 10^{-3}}{1 \times 10^{-3}} = 2\ \mathrm{V}$$

となる。

問５　Ans.　(3)

抵抗$R = 1.0\ \Omega$のとき、

$$E = (1.0 + r)I_1 = (1.0 + r) \times 3$$

抵抗$R = 1.6\ \Omega$のとき、

$$E = (1.2 + r)I_2 = (1.6 + r) \times 2$$

従って、電池の内部抵抗rは、

$$(1.0 + r) \times 3 = (1.6 + r) \times 2$$
$$3 + 3r = 3.2 + 2r$$
$$r = 0.2\ \Omega$$

電池の起電力Eは、

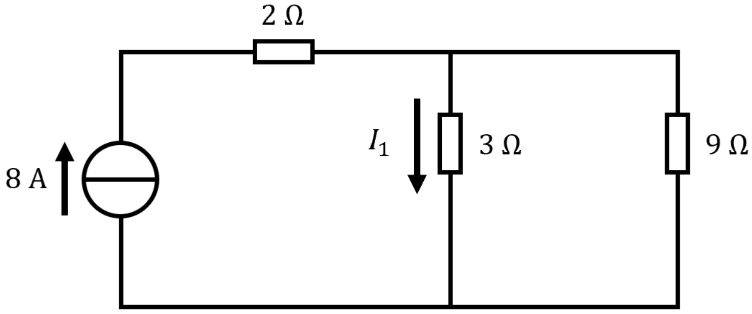
$$E = (1.0 + 0.2) \times 3 = 3.6\ \mathrm{V}$$

となる。

問 6　Ans.　(3)

重ね合わせの理を用いて、抵抗3 Ωに流れる電流Iを求める。

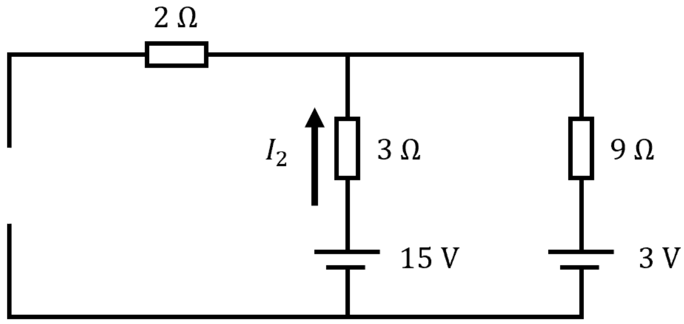
○電圧源を短絡する



電流源のみの回路から抵抗 3Ω に流れる電流I_1を求める。

$$I_1 = \frac{9}{3+9} \times 8 = 6\ \mathrm{A}$$

○電流源を開放する



電圧源のみの回路から抵抗3 Ωに流れる電流I_2を求める。

キルヒホッフの電圧則より、

$$15 - 3 = 3I_2 + 9I_2$$
$$12 = 12I_2$$
$$I_2 = 1\ \mathrm{A}$$

従って、抵抗3 Ωに流れる電流Iは

$$I = I_1 - I_2 = 6 - 1 = 5\ \mathrm{A}$$

そして、抵抗3 Ωで生じる電力Pは、

$$P = 3 \times 5^2 = 75\ \mathrm{W}$$

となる。

問７　Ans.（1）

熱電子放出：金属を高温に熱するとその表面から電子が飛び出す現象。

半導体は熱すると導電率は上がる（抵抗率は下がる）
金属（導体）は熱すると導電率は下がる（抵抗率は上がる）

ペルチェ効果：電気エネルギーを熱エネルギーへ変換
ゼーベック効果：熱エネルギーを電気エネルギーへ変換

問8　Ans.　(4)

回路全体の抵抗$\dot{Z}_{all}$をとすると、

$$\dot{Z}_{all} = R + \dot{Z}$$

と表せる。$\dot{Z}_{all}$の大きさは、

$$Z_{all} = \frac{V}{I} = \frac{100}{4} = 25\ \Omega$$

インピーダンス$\dot{Z}$は力率が45°であることから、実部と虚部の大きさは同じであり、

$$\dot{Z} = A + jA$$

と表せる。従って、

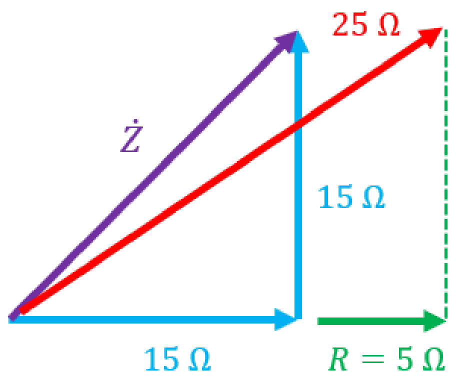
$$\dot{Z}_{all} = R + A + jA$$
$$25^2 = (R + A)^2 + A^2 = (5 + A)^2 + A^2$$
$$625 = A^2 + 10A + 25 + A^2$$
$$2A^2 + 10A - 600 = 0$$
$$A^2 + 5A - 300 = 0$$
$$(A - 20)(A + 15) = 0$$
$$A = -20,15$$

となり、解は正の数となる$A = 15\ \Omega$である。

以上から、インピーダンス$\dot{Z}$の大きさは、

$$\dot{Z} = 15 + j15$$
$$Z = \sqrt{15^2 + 15^2} = 15\sqrt{2} = 21.2\ \Omega$$

となる。

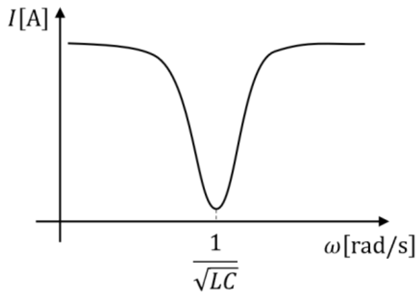


問 9　Ans.　(1)

並列回路のアドミタンスは以下のようになる。

$$\dot{Y}=\frac{1}{R}+j\omega C-j\frac{1}{\omega L}=\frac{1}{R}+j\left(\omega C-\frac{1}{\omega L}\right)$$

この式より、$\omega=1/\sqrt{LC}$のとき$Y=1/R$となる。$\omega=0$に近づくと$1/\omega L$の項の値が大きくなり、$\omega=\infty$に近づくとωCの項の値が大きくなる。従って、アドミタンスが大きくなる$\omega=0$や$\omega=\infty$の付近の角周波数では電流が大きくなり、$\omega=1/\sqrt{LC}$の付近の角周波数で電流は小さくなる。



従って、共振周波数でインピーダンスは最大となる。
共振周波数でのインピーダンスは、

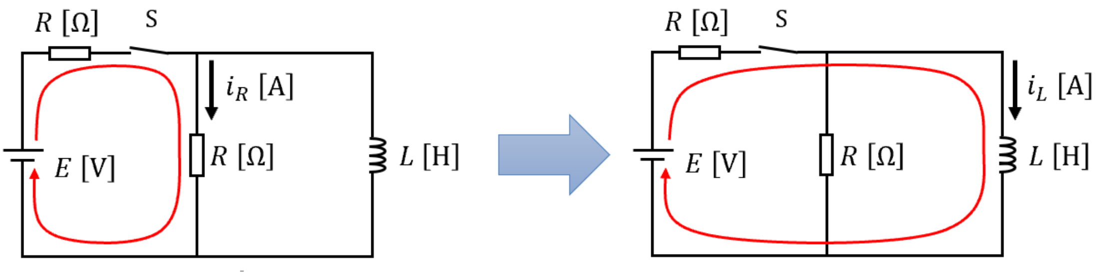
$$\dot{Y}=\frac{1}{R}+j\left(\omega C-\frac{1}{\omega L}\right)=\frac{1}{R}+j0=\frac{1}{R}\rightarrow\dot{Z}=R$$

となり、虚数成分が零となることから、電源から見ると純抵抗に見える。従って、力率は 1 となる。

電源の周波数が共振周波数よりも大きくなると、アドミタンスの虚部が零（ゼロ）より大きくなる（虚部は正）。電流と電圧の関係は$\dot{I}=\dot{Y}\dot{V}$で表されることから、アドミタンスの虚部が正となると、電圧の位相に対して電流の位相は進みとなる。

問 10　Ans.　(2)

スイッチ S を閉じた瞬間の時刻 0 からt_1までの電流の変化は以下のようになる。



スイッチ入れた瞬間の電流は、

$$i_R = \frac{E}{2R}\ ,\quad i_L = 0$$

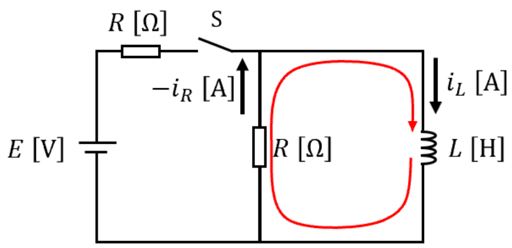
十分時間が経過した時刻t_1では、

$$i_R = 0\ ,\quad i_L = \frac{E}{R}$$

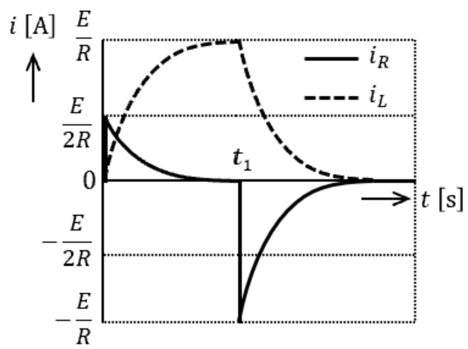
となる。

スイッチを切替後、コイルは電流を維持しようと誘導起電力を発生する。

このときコイルと抵抗を循環するように電流が流れるため、$i_L = -i_R$の関係を満たしつつ、電流はE/Rから減少していき、時間が経過すると 0（ゼロ）になる。



従って、電流の過渡応答は以下のようになる。



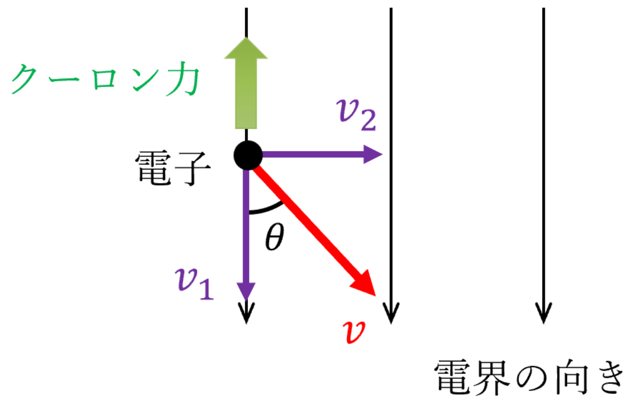
問 11　Ans.（1）

１．発光ダイオードは pn 接合に順方向バイアスを印加した際に流れる電流の一部が再結合することで発光現象が起こる。

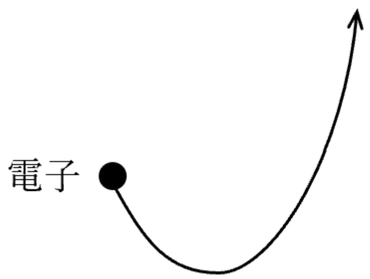
２．可変容量ダイオードは、pn 接合に逆方向の電圧を印加することで空乏層幅が変化し、その静電容量を変化させることができる。通信機器の同調回路などに利用される。

３．ショットキーバリアダイオードは半導体と金属を接合して得られるショットキー接触による整流作用を利用したダイオードである。pn 接合に比べて順方向と逆方向の電圧切り替えに対するキャリアの応答性が良く、周波数の高いスイッチング回路に利用される。

問 12　Ans.　(2)



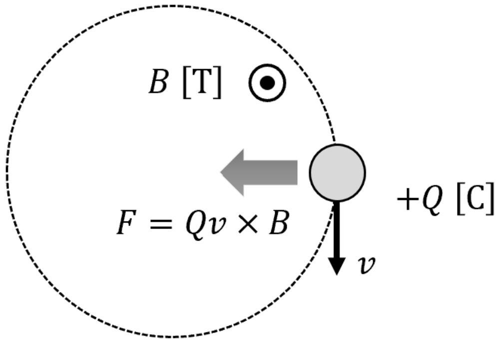
電子の初速度vを電界と水平成分v_1と垂直成分v_2に分解する。
電子は負の電荷をもつため、電子が受けるクーロン力は電界と反対の向き（図の上向き）に発生する。このクーロン力はv_1に対して影響し、v_2に影響しない。
その結果、v_1の大きさは時間とともに小さくなり、ある時刻で反対向きに変化し、どんどん加速していく。一方、v_2はクーロン力の影響を受けないので、電界の垂直方向（図の右方向）に進みながら、上下方向の運動の向きは変化することになる。
その結果、電子の運動は放物線を描くため、電子の運動の軌跡は（2）となる。



電子の運動の軌跡（放物線）

問 13　Ans.　(5)

フレミングの左手則より、下図のように進行方向に対して、右方向にローレンツ力が加わるため、時計回りに等速円運動する。



導体球に加わるローレンツ力（向心力）は、

$$F = QvB$$

等速円運動により導体球に加わる遠心力は、

$$F = mr\omega^2 = mv\omega = \frac{mv^2}{r}$$

となる。遠心力と向心力が釣り合うことから、

$$QvB = mv\omega \to QB = m\omega \to \omega = \frac{QB}{m} \dots ①$$

周期は、

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{QB} \dots ②$$

等速円運動の軌跡の半径は、

$$v = r\omega \to r = \frac{v}{\omega} = \frac{mv}{QB} \dots ③$$

式③より、磁束密度Bが半分になると、半径rは 2 倍になることから（5）が誤り。

問 14　Ans.　(2)

電圧計 V1 の最大許容電流I_1は、

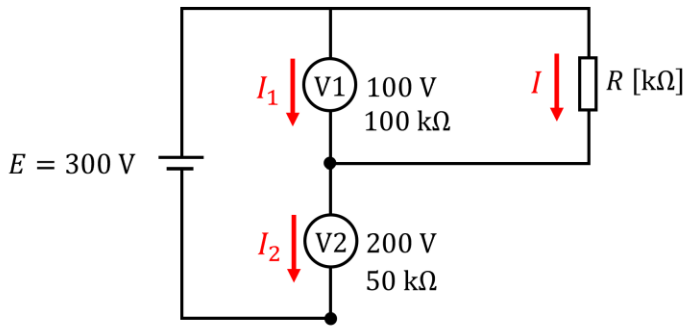
$$I_1 = \frac{100\ \mathrm{V}}{100\ \mathrm{k\Omega}} = 1\ \mathrm{mA}$$

電圧計 V2 の最大許容電流I_2は、

$$I_2 = \frac{200\ \mathrm{V}}{50\ \mathrm{k\Omega}} = 4\ \mathrm{mA}$$

従って、2 つの電圧計を直列につなぐ場合、1mA までしか電流を流すことができないので、電圧 300V を測定することができない。

以下のように、電圧計 V1 に並列に抵抗器Rを接続することで、電圧計 V1 の最大許容電流を越えないようにし、電圧 300V を印加することができる。



抵抗器Rに流れる電流は 2 つの電圧計の最大許容電流の差分であり、

$$I = I_2 - I_1 = 4 - 1 = 3\ \mathrm{mA}$$

100V 印加時に 3mA 流すために必要な抵抗Rは、

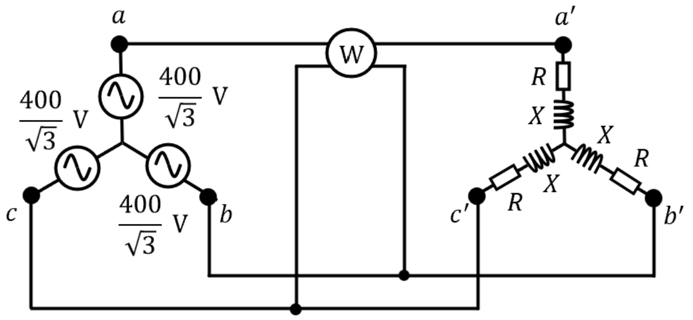
$$R = \frac{100\ \mathrm{V}}{3\ \mathrm{mA}} = 33.3\ \mathrm{k\Omega}$$

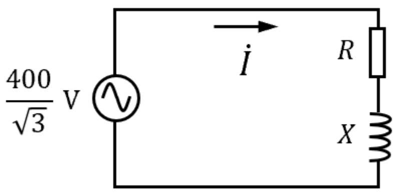
となる。

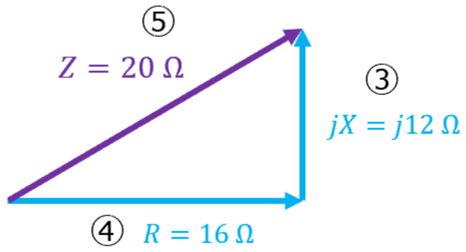
問 15　Ans.　(a)-(3)、(b)-(3)

(a)

電源部分をΔ結線からY結線に変換し、線電流Iを単相回路から導出する。







$$I = \frac{400/\sqrt{3}}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \frac{400/\sqrt{3}}{20} = \frac{20}{\sqrt{3}}\ \mathrm{A}$$

Δ結線の線電流と相電流の関係は以下の 2 つの特徴がある。

・相電流の大きさは線電流の$1/\sqrt{3}$ 倍となる

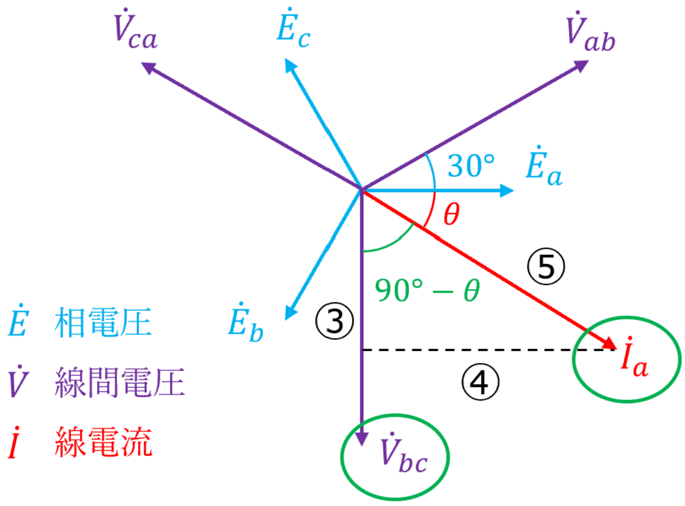
・相電流の位相は線電流より$30°$ 進みとなる

この回路の電源部分はΔ結線になっており、相電流I_{ab}は線電流Iの$1/\sqrt{3}$ 倍となる。従って、

$$I_{ab} = \frac{1}{\sqrt{3}} I = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{20}{\sqrt{3}} = \frac{20}{3} = 6.7\ \mathrm{A}$$

(b)

電圧と線電流のベクトル図は以下のようになる。



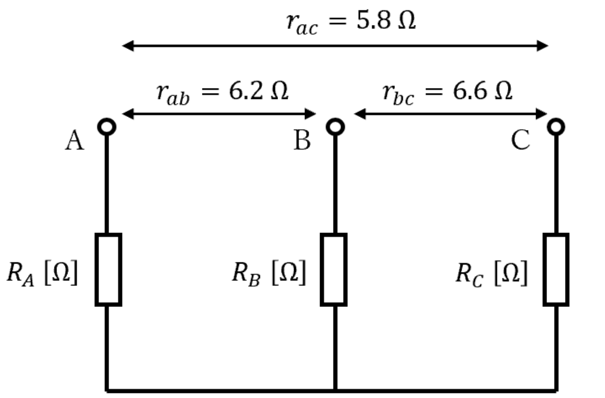
単相電力計の電流コイルは a 相に接続され、電圧コイルは b-c 相間に接続されることから、測定される電力Pは、

$$P = V_{bc} I_a \cos\theta = 400 \times \frac{20}{\sqrt{3}} \times \frac{3}{5} = 2771 = 2.8\ \mathrm{kW}$$

となる。

問 16　Ans.　(a)-(2)、(b)-(2)

(a)



３つの接地極の等価回路は図のようになる。この図から、各抵抗の関係は以下のようになる。

$$r_{ab} = R_A + R_B = 6.2 \ \cdots ①$$

$$r_{bc} = R_B + R_C = 6.6 \ \cdots ②$$

$$r_{ac} = R_A + R_c = 5.8 \ \cdots ③$$

式①－式②＋式③とすると、

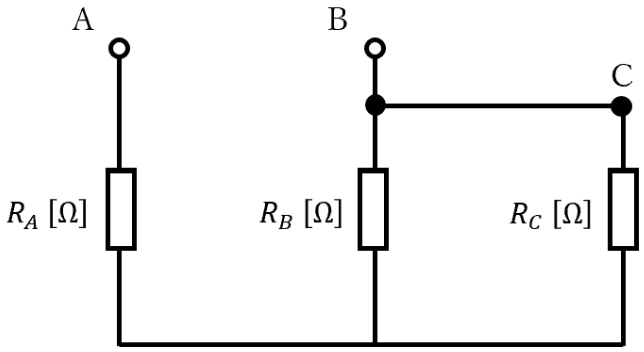
$$R_A + R_B - R_B - R_C + R_A + R_C = 6.2 - 6.6 + 5.8$$
$$2R_A = 5.4$$
$$R_A = 2.7\ \Omega$$

同様の手順で、R_B、R_Cを求めると、

$$R_B = 3.5\ \Omega$$
$$R_C = 3.1\ \Omega$$

となる。

(b)



B 点と C 点を短絡すると図のようになる。

AB 間の抵抗r'_{ab}は、

$$r'_{ab} = R_A + \frac{R_B R_C}{R_B + R_C} = 2.7 + \frac{3.5 \times 3.1}{3.5 + 3.1} = 4.3\ \Omega$$

となる。

問 17　Ans.　(a)-(4)、(b)-(4)

(a)

磁気回路より電流と磁束の関係は、

$$NI = R_m \Phi$$

ここでR_mは磁気抵抗を意味しており、磁気抵抗はコイルの構造より以下の式で表せる。

$$R_m = \frac{l}{\mu S}$$

また磁気抵抗とインダクタンスの関係は以下の式で表せる。

$$L = \frac{N^2}{R_m} = \frac{N^2 \mu S}{l}$$

$$L = \frac{300^2 \times 2.0 \times 10^{-4} \times 0.5}{0.3} = 30\ \mathrm{H}$$

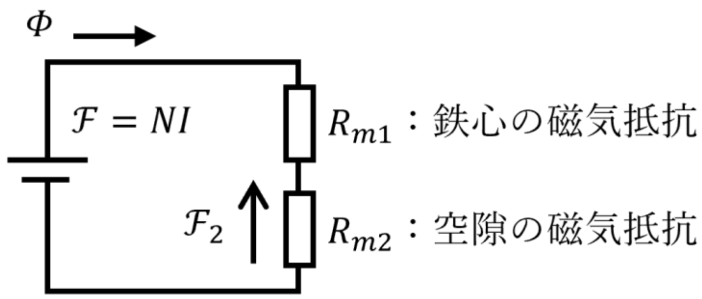
ファラデーの法則より、発生する誘導起電力Eは、

$$E = L\frac{\Delta I}{\Delta t} = 30 \times \frac{5}{3} = 50\ \mathrm{V}$$

となる。

(b)

空隙を加えた場合の磁気回路は以下の回路図で表すことができる。



ここで、磁気回路と電気回路の類似性から各物理量を電気回路に置き換えて考えてよい。

電気回路	磁気回路
電圧V [V]	起磁力$\mathcal{F}$ [A]
電流I [A]	磁束Φ [Wb]
抵抗R [Ω]	抵抗R_m [H^{-1}]または[A/Wb]

従って、空隙を加えた場合の電流と磁束の関係は以下のように表せる。

$$NI = (R_{m1} + R_{m2})\Phi$$

ここでR_{m1}は鉄心部分の磁気抵抗、R_{m2}は空隙部分の磁気抵抗を表す。R_{m1}、R_{m2}の値は以下のようになる。

$$R_{m1} = \frac{l - l_2}{\mu S} = \frac{0.3 - 0.005}{2.0 \times 10^{-4} \times 0.5} = 2950\ \mathrm{A/Wb}$$

$$R_{m2} = \frac{l_2}{\mu_0 S} = \frac{0.005}{4\pi \times 10^{-7} \times 0.5} = 7962\ \mathrm{A/Wb}$$

従って、磁気回路中に生じる磁束は、

$$\Phi = \frac{NI}{R_{m1} + R_{m2}} = \frac{300 \times 5}{2950 + 7962} = 0.1375\ \mathrm{Wb}$$

となる。空隙に加わる起磁力$\mathcal{F}_2$は、

$$\mathcal{F}_2 = R_{m2}\Phi = 7962 \times 0.1375 = 1095\ \mathrm{A}$$

空隙に発生する磁界の強さは（空隙に加わる起磁力）÷（空隙の距離）で決まることから、

$$H = \frac{\mathcal{F}_2}{l_2} = \frac{1095}{0.005} = 218{,}901 \sim 2.2 \times 10^5\ \mathrm{A/m}$$

問 18　Ans.　(a)-(2)、(b)-(1)

(a)

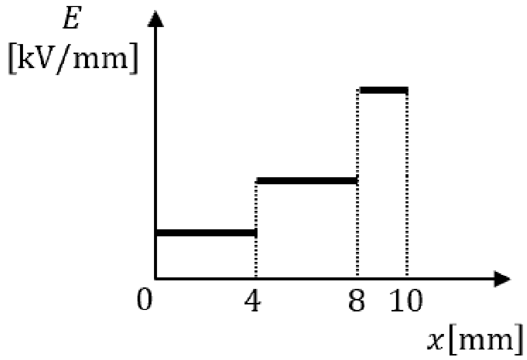
２つの固体誘電体中で生じる電界をそれぞれE_1、E_2とし、空気部分の電界をE_0とする。それぞれの領域の電束密度Dは等しいので、

$$D = \varepsilon_{r1}\varepsilon_0 E_1 = \varepsilon_{r2}\varepsilon_0 E_2 = \varepsilon_0 E_0$$
$$\varepsilon_{r1}E_1 = \varepsilon_{r2}E_2 = E_0$$

$$E_1 = \frac{E_0}{\varepsilon_{r1}} = \frac{E_0}{4}$$
$$E_2 = \frac{E_0}{\varepsilon_{r2}} = \frac{E_0}{2}$$

の関係が得られる。

従って、各領域の電界の強さは以下のグラフとなる。



(b)

$E_0 = 2$ kV/mm より固体誘電体中の電界はそれぞれ以下のようになる。

$$E_1 = \frac{E_0}{4} = 0.5\ \mathrm{kV/mm}$$
$$E_2 = \frac{E_0}{2} = 1\ \mathrm{kV/mm}$$

従って、電圧Vは、

$$V = E_1 \times 4 + E_2 \times 4 + E_0 \times 2$$
$$= 0.5 \times 4 + 1 \times 4 + 2 \times 2 = 10\ \mathrm{kV}$$
$$\therefore V = 10\ \mathrm{kV}$$

となる。